



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO  
TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**SAMU NUMMELA**  
**KUUSIVAPAAUSASTEISEN LIIKEALUSTAN SYLINTERIEN**  
**MITOITUS**

Diplomityö

Tarkastaja: professori Jouni Mattila  
Tarkastaja ja aihe hyväksytty  
Teknisten tieteiden tiedekuntaneu-  
voston kokouksessa 14. tammikuuta  
2015

## TIIVISTELMÄ

**SAMU NUMMELA:** Kuusivapausasteisen liikealustan sylinterien mitoitus

Tampereen teknillinen yliopisto

Diplomityö, 55 sivua, 33 liitesivua

Tammikuu 2015

Konetekniikan diplomi-insinöörin tutkinto-ohjelma

Pääaine: Hydraulikka ja automatiikka

Tarkastaja: professori Jouni Mattila

Avainsanat: hydraulisylinteri, manipulaattori, rinnakkaisrakenteinen, dynamiikka, kinematiikka,

Tampereen teknillisen yliopiston (TTY) hydraulikan ja automatiikan laitoksella (IHA) on rinnakkaisrakenteinen manipulaattori, Stewart-Gough liikealusta. Laitoksen aikeena on asentaa liikealustan päälle Avant Tecno -yhtiön 210-mallin kaivuri. Diplomityön tarkoituksena on tutkia, kestävätkö liikealustan nykyiset vesihydrauliset sylinterit kaivurin ja tämän kuorman. Jos eivät kestä, niin liikealustalle mitoitetaan uudet hydraulisylinterit.

Kappaleessa yksi käsitellään rinnakkaisrakenteisia manipulaattoreita ja hydraulisylintereitä. Hydraulisylintereiden yhteydessä esitellään myös sylintereiden erilaiset sisäiset asema-anturit ja johdetaan sekä voimayhtälöt että nurjahduskaava. Kappaleessa kaksi määritellään liikealustan kinematiikka ja dynamiikka, jotka määrittelevät staattiset ja dynaamiset sylinterivoimat. Dynaamiset sylinterivoimat ratkaistaan Newton-Euler menetelmällä. Kappaleessa kolme käsitellään sylinterien mitoitusta.

Kappale kolme alkaa työn liikealustan ja kaivurin esittelyillä. Laitteista kerrotaan työn kannalta tärkeimmät parametrit, jotka antoivat pohjan sylintereiden mitoitukselle. Liikealusta ja kaivuri 3D-mallinnettiin Solidworks-mallinnusohjelmalla. 3D-mallien mittojen avulla ratkaistiin analyyttisesti staattiset kuormat, joilla kaivuri kuormittaa liikealustaa. Tästä siirrytään liikealustan nykyisten sylinterien tarkasteluun. Ensimmäiseksi ratkaistiin staattiset sylinterivoimat, jonka jälkeen sylintereille tehtiin jännitys- ja nurjahdustarkastelu. Tulosten mukaan sylinterien jännitykset pysyvät alle myötörajan, mutta sylinterit voivat nurjahtaa. Lisäksi paineet nousevat sylintereille suositellun tason yläpuolelle. Näistä syistä johtuen liikealustalle päätettiin mitoittaa uudet sylinterit.

Uusien sylinterien mitoitus alkoi männän halkaisijan valinnalla. Sylinterin muut mitat valittiin niin, että tämä olisi (lähes) yhtä pitkä kuin liikealustan nykyiset sylinterit. Mitat valittiin Contarini-yhtiön tarjoamien sylinterien teknisestä esitteestä. Uuden sylinterin staattiset ja dynaamiset sylinterivoimat ratkaistiin, ja sylinterille tehtiin jännitys- ja nurjahdustarkastelut. Tulosten mukaan sylinterien jännitykset eivät ylitä myötörajaa eikä nurjahdusvaaraa ole. Myös paineet pysyvät sylinterien maksimipainetason alapuolella. Liikealustan uuden sylinterin toimintamitat ovat 50/30-450.

## ABSTRACT

**SAMU NUMMELA:** The Design of Six Degrees-of-Freedom Motion Simulator's Cylinders

Tampere University of Technology

Master of Science Thesis, 55 pages, 33 Appendix pages

January 2015

Master's Degree Programme in Mechanical Engineering

Major: Fluid Power

Examiner: Professor Jouni Mattila

**Keywords:** hydraulic cylinder, manipulator, parallel, kinematics, dynamics

Department of Intelligent Hydraulics and Automation (IHA) at Tampere University of Technology has a parallel manipulator, Stewart-Gough platform. Department intends to install Avant Tecno -company's 210-model excavator on the platform. The aim of the thesis is to investigate whether platform's current water hydraulic cylinders can withstand excavator and its load. If they don't, new hydraulic cylinders will be designed for the platform.

In chapter one parallel manipulators and hydraulic cylinders are covered. Also, cylinders' inner position sensors are introduced and force and buckling formulas are defined for cylinder. Chapter two concerns platform's kinematics and dynamics which define static and dynamic cylinder forces. Dynamic cylinder forces are solved using Newton-Euler method. Chapter three deals with the measurement of cylinders.

Chapter three begins with introductions of platform and excavator. The devices' most important parameters are told, which are the basis of cylinder's measurement. Platform and excavator were 3D-modelled with 3D-modelling program Solidworks. Static loads, with which excavator strains platform, were solved using 3D-models' parameters. After that, platform's current cylinders were investigated. First, static cylinder forces were solved. Then cylinder's stresses were calculated and using Euler's buckling formula cylinder's buckling force was estimated. According to results cylinder's stresses don't rise above yield strength but there is a risk that cylinders buckle. Furthermore, pressures rise above level recommended for cylinders. For these reasons new cylinders were measured.

Measurement of new cylinder started with choosing piston diameter. Other dimensions of cylinder were chosen so that new cylinder would be (almost) as long as current cylinder. Dimensions were chosen from technical brochure of cylinders offered by Con tarini-company. Static and dynamic cylinder forces were solved as well as new cylinder's stresses and buckling force. According to results stresses are below yield strength and cylinder doesn't buckle. Also, pressures stay below cylinders' maximum pressure level. The dimensions of new cylinder are 50/30-450.

## ALKUSANAT

Tämän diplomityö tehtiin Tampereen teknillisen yliopiston hydraulikan ja automatiikan laitokselle. Haluan lämpimästi kiittää professori Jouni Mattilaa, joka toimi tämän työn ohjaajana ja tarkastajana, tästä mahdollisuudesta tehdä tämä työ. Kiitokset myös siitä, että jaksoit antaa laajaa, opettavaista palautetta ja neuvoja tästä työstä. Haluan myös esittää kiitokset tutkija Jukka Väyryselle neuvoista sekä arvokkaista kommentteista. Lisäksi haluan kiittää vanhempiani kannustuksesta ja tuesta.

Tampereella 25.7.2015

Samu Nummela

# SISÄLLYSLUETTELO

1	JOHDANTO .....	1
2	STEWART-GOUGH LIIKEALUSTAT .....	3
2.1	Sovelluskohteet .....	3
2.2	Hydraulisylinterit.....	4
2.2.1	Asema-anturit.....	6
2.2.2	Ominaisuudet .....	8
2.2.3	Nurjahdus .....	9
3	LIIKEALUSTAN KINEMATIikka JA DYNAMIikka .....	11
3.1	Liikealustan kinematiikka .....	11
3.1.1	Käänteinen kinematiikka.....	11
3.1.2	Lavan Jacobin matriisi .....	13
3.1.3	Suora kinematiikka.....	14
3.1.4	Liikealustan asema-analyysi .....	15
3.1.5	Liikealustan nopeusanalyysi .....	17
3.1.6	Liikealustan kiihtyvyyshanalyysi.....	19
3.2	Liikealustan statiikka.....	20
3.3	Liikealustan dynamiikka .....	22
3.3.1	Sylintereiden dynamiikka.....	22
3.3.2	Lavan dynamiikka.....	23
3.3.3	Newton-Euler menetelmä.....	26
4	LIIKEALUSTAN SYLINTERIEN MITOITUS.....	27
4.1	Lähtökohta.....	27
4.2	3D-mallit .....	29
4.3	Liikealustan kuormat .....	30
4.4	Liikealustan nykyisten sylinterien tarkastelu .....	35
4.4.1	Staattiset sylinterivoimat.....	35
4.4.2	Jännitys- ja nurjahdustarkastelut.....	38
4.5	Uusien sylinterien mitoitus.....	41
4.5.1	Staattiset sylinterivoimat.....	41
4.5.2	Jännitys- ja nurjahdustarkastelut.....	42
4.5.3	Dynaamiset sylinterivoimat .....	45

5	YHTEENVETO JA KRIITTINEN TARKASTELU .....	50
	LÄHTEET .....	52

LIITE A: LIIKEALUSTAN SYLINTERIEN JOUSIVAKIOT

LIITE B: NEWTON-EULER LIIKELAIT

LIITE C: AVANT 210-MALLIN KAIVURIN TUOTELUETTELO

LIITE D: TASAPAINOYHTÄLÖIDEN LASKUKAAVAT

LIITE E: SUORAN KINEMATIIKAN ALGORITMI

LIITE F: KÄÄNTEISEN KINEMATIIKAN ALGORITMI

LIITE G: STAATTISTEN SYLINTERIVOIMIEN ALGORITMI

LIITE H: SYLINTERIN NURJAHDUSTARKASTELU JA HYDRAULISET JOUSIVAKIOT

LIITE I: UUSIEN SYLINTERIEN MITOITUS

LIITE J: HMC-SYLINTERIN TEKNINEN ESITE

LIITE K: DYNAAMISTEN SYLINTERIVOIMIEN ALGORITMI

LIITE L: UUDEN SYLINTERIN TYÖPIIRUSTUS

## LYHENTEET JA MERKINNÄT

IHA	Intelligent Hydraulics and Automation, hydrauliiikan ja automatiikan laitos
LVDT	linear variable differential transformer, lineaarisesti muuttuva differentiaalimuuntaja
NASA	National Aeronautics and Space Administration, Yhdysvaltain ilmailu- ja avaruusvirasto
TTY	Tampereen teknillinen yliopisto
$\mathbf{a}_i$	nivelen $A_i$ paikkavektori alustan koordinaatistossa
$A$	männän poikkipinta-ala
$A_{lähtö}$	männän paineenalainen pinta-ala $p_{lähtö}$ alaisen kammion puolella
$A_{tulo}$	männän paineenalainen pinta-ala työtä tekevän kammion puolella
$A_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$A_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$A\mathbf{f}_{bi}$	sylinterin $i$ ja lavan väliset tukivoimat nivelessä $B_i$ alustan koordinaatistossa
$A\mathbf{g}$	putoamiskiihtyvyys ilmaistuna alustan koordinaatistossa
$A\mathbf{R}_B$	lavan rotaatiomatriisi
$A\mathbf{R}_i$	sylinterin $i$ rotaatiomatriisi
$A\dot{\mathbf{v}}_p$	lavan translaatiokiihtyvyys alustan koordinaatistossa
$\mathbf{b}_i$	vektori $B\mathbf{b}_i$ esitettynä alustan koordinaatistossa
$B_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$B_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$B\mathbf{b}_i$	nivelen $B_i$ paikkavektori lavan koordinaatistossa
$B\mathbf{f}_{bi}$	sylinterin $i$ ja lavan väliset tukivoimat nivelessä $B_i$ lavan koordinaatistossa
$B\mathbf{n}_p$	lavan massakeskipisteen suhteen vaikuttava resultanttimomentti lavan koordinaatistossa
$BR_{ijk}$	matriisin $BR_i$ ( $j, k$ )-elementti
$BR_i$	muunnos sylinterin $i$ koordinaatistosta lavan koordinaatistoon eli $BR_i = AR_B^{T*} AR_i$
$B\omega_p$	lavan kulmanopeus lavan koordinaatistossa
$\mathbf{B}$	$6 \times 6$ -matriisi, jonka elementit ovat voiman $if_{biz}$ kertoimia
$\cos$	kosiinifunktio
$C_n$	varmuuskerroin
$C_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$C_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$Ch$	liikemäärän momentti

$CI_B$	kappaleen $B$ hitausmatriisi
$C\omega_B$	kappaleen $B$ kulmanopeus
$d$	sylinterin kammion halkaisija
$d_i$	liikealustan sylinterin $i$ pituus
$\dot{d}_i$	sylinterin $i$ lineaarinopeus
$\ddot{d}_i$	sylinterin $i$ lineaarikiihtyvyys
$\mathbf{d}_i$	liikealustan sylinterin vektori
$D_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$D_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$e_{cl}$	etäisyys nivelestä $A_i$ sylinteriputken $i$ massakeskipisteeseen
$e_i$	tukivoimien ja painovoimien momenttivarret
$e_{p2}$	etäisyys nivelestä $B_i$ männän $i$ massakeskipisteeseen
$E$	kimmokerroin
$E_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$E_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$f_i$	sylinterin $i$ sylinterivoima
$\mathbf{f}$	lavan massakeskipisteeseen vaikuttava voima
$\mathbf{f}^C$	massakeskipisteeseen $C$ vaikuttava resultanttivoima
$\mathbf{f}^O$	jäykkää kappaleeseen vaikuttava resultanttivoima
$\mathbf{f}_i$	sylinterin $i$ sylinterivoimavektori
$F$	sylinteriä kuormittava voima
$F_b$	nurjahdusvoima
$F_L$	sylinteriä kuormittava voima
$F_x$	kaivurin nivelen tukivoima
$F_y$	kaivurin nivelen tukivoima
$g$	putoamiskiihtyvyys
$\mathbf{g}$	putoamiskiihtyvyys
$G_{kaivu}$	kaivupuomin painovoima
$G_{kuorma}$	kaivurin kuorman painovoima
$G_{nosto}$	nostopuomin painovoima
$G_{runko}$	kääntörungon painovoima
$h_p$	lavan nimelliskorkeus
$\mathbf{h}^O$	jäykän kappaleen liikemäärän momentti origon $O$ suhteen
$H_x$	kaivurin jäykän tuen tukivoima
$H_y$	kaivurin jäykän tuen tukivoima
$if_{bix}$	voiman $if_{bi}$ $x$ -komponentti
$if_{biy}$	voiman $if_{bi}$ $y$ -komponentti
$if_{biz}$	voiman $if_{bi}$ $z$ -komponentti
$if_{bi}$	sylinterin $i$ ja lavan väliset tukivoimat nivelessä $B_i$



$ih_i^A$	sylinteriputken ja männän $i$ yhdistetty liikemäärän momentti nivelen $A_i$ suhteen
$ih_{1i}^C$	sylinteriputken $i$ liikemäärän momentti
$ih_{2i}^C$	männän $i$ liikemäärän momentti
$iI_{1i}$	sylinteriputken hitausmatriisi sylinterin $i$ koordinaatistossa
$iI_{2i}$	männän hitausmatriisi sylinterin $i$ koordinaatistossa
$in_i^A$	sylinteriin $i$ vaikuttava resultanttimomentti nivelen $A_i$ suhteen
$is_i$	yksikkövektori $s_i$ ilmaistuna sylinterin $i$ koordinaatistossa
$iv_{bix}$	nielven $B_i$ nopeuden $iv_{bi}$ $x$ -komponentti
$i\dot{v}_{bix}$	nielven $B_i$ kiihtyvyyden $i\dot{v}_{bi}$ $x$ -komponentti
$iv_{biy}$	nielven $B_i$ nopeuden $iv_{bi}$ $y$ -komponentti
$i\dot{v}_{biy}$	nielven $B_i$ kiihtyvyyden $i\dot{v}_{bi}$ $y$ -komponentti
$iv_{biz}$	nielven $B_i$ nopeuden $iv_{bi}$ $z$ -komponentti
$i\dot{v}_{biz}$	nielven $B_i$ kiihtyvyyden $i\dot{v}_{bi}$ $z$ -komponentti
$iv_{1i}$	sylinteriputken $i$ massakeskipisteen nopeus
$i\dot{v}_{1i}$	sylinteriputken $i$ massakeskipisteen kiihtyvyys
$iv_{2i}$	männän $i$ massakeskipisteen nopeus
$i\dot{v}_{2i}$	männän $i$ massakeskipisteen kiihtyvyys
$iv_{bi}$	nielven $B_i$ nopeus sylinterin $i$ koordinaatistossa
$i\dot{v}_{bi}$	nielven $B_i$ kiihtyvyys sylinterin $i$ koordinaatistossa
$i\omega_i$	sylinterin $i$ kulmanopeus
$i\dot{\omega}_i$	sylinterin $i$ kulmakiihtyvyys
$I$	poikkipinnan neliömomentti
$I_{jix}$	sylinteriputken ( $j = 1$ ) ja männän ( $j = 2$ ) päähitausmomenttien $x$ -komponentit massakeskipisteidensä suhteen sylinterin $i$ koordinaatistossa
$I_{jix}$	sylinteriputken ( $j = 1$ ) ja männän ( $j = 2$ ) päähitausmomenttien $y$ -komponentit massakeskipisteidensä suhteen sylinterin $i$ koordinaatistossa
$I_{pu}$	lavan päähitausmomentin $u$ -komponentti lavan koordinaatistossa
$I_{pv}$	lavan päähitausmomentin $v$ -komponentti lavan koordinaatistossa
$I_{pw}$	lavan päähitausmomentin $w$ -komponentti lavan koordinaatistossa
$I_{xx}$	päähitausmomentin $x$ -komponentti
$I_{yy}$	päähitausmomentin $y$ -komponentti
$I_{zz}$	päähitausmomentin $z$ -komponentti
$I_{iz}$	sylinteriputken ja männän päähitausmomenttien $z$ -komponentit sylinterin $i$ koordinaatistossa

<b><math>J</math></b>	lavan Jacobin matriisi
$k_{H1}$	pohjan puoleisen sylinterikammion nesteen jousivakio
$k_{H2}$	männänvarren puoleisen sylinterikammion nesteen jousivakio
$K_c$	sylinterin puristuskerroin
$K_e$	sylinterin tehollinen puristuskerroin
$K_f$	sylinterissä olevan nesteen puristuskerroin
<b><math>K</math></b>	jäykkyysmatriisi
$l_1$	sylinteriputken pituus
$l_2$	männänvarren pituus
$\mathbf{l}^O$	jäykän kappaleen liikemäärä origon $O$ suhteen
$L_r$	redusoitu pituus
$m$	kappaleen $B$ massa
$m_j$	sylinteriputken ( $j = 1$ ) tai männän ( $j = 2$ ) massa
$m_p$	lavan massa
$M_H$	kaivurin jäykän tuen tukimomentti
<b><math>n</math></b>	lavan massakeskipisteeseen vaikuttava momentti
$\mathbf{n}^C$	massakeskipisteeseen $C$ vaikuttava resultanttimomentti
$\mathbf{n}^O$	jäykkään kappaleeseen vaikuttava resultanttimomentti
$p$	pohjan puoleisen sylinterikammion paine
$p_{\text{lähtö}}$	sylinterin työtä tekevän kammion vastakkaisen sylinterikammion paine
$p_{\text{tulo}}$	sylinterin työtä tekevän kammion paine
<b><math>p</math></b>	lavan massakeskipisteen paikkavektori alustan koordinaatistossa
<b><math>p_c</math></b>	massakeskipisteen paikkavektori
<b><math>\dot{q}</math></b>	sylinterinopeuksien vektori
$r_b$	alustaympyrän säde
$r_p$	lavaympyrän säde
$r_{11}$	sylinteriputken sisäsäde
$r_{12}$	sylinteriputken ulkosäde
$r_2$	männänvarren säde
$\mathbf{r}_{1i}$	sylinteriputken $i$ paikkavektori
$\mathbf{r}_{2i}$	männän $i$ paikkavektori
$s$	sylinterin seinämäpaksuus
$s_{ix}$	vektorin $s_i$ $x$ -komponentti
$s_{iy}$	vektorin $s_i$ $y$ -komponentti
$s_{iz}$	vektorin $s_i$ $z$ -komponentti
$\sin$	sinifunktio
$\mathbf{s}_i$	vektorin $A_i B_i$ yksikkövektoria
<b><math>S</math></b>	summavektori
$t$	aika

$t_u$	ulkoinen momentti liikealustan $u$ -akselin suhteen
$t_v$	ulkoinen momentti liikealustan $v$ -akselin suhteen
$t_w$	ulkoinen momentti liikealustan $w$ -akselin suhteen
$\mathbf{t}$	liikealustaa kuormittavien ulkoisten momenttien vektori
$\dot{v}_{px}$	lavan translaatiokiihtyvyyden $A\dot{\mathbf{v}}_p$ $x$ -komponentti
$\dot{v}_{py}$	lavan translaatiokiihtyvyyden $A\dot{\mathbf{v}}_p$ $y$ -komponentti
$\dot{v}_{pz}$	lavan translaatiokiihtyvyyden $A\dot{\mathbf{v}}_p$ $z$ -komponentti
$\mathbf{v}_{bi}$	nivelen $B_i$ nopeus
$\dot{\mathbf{v}}_{bi}$	nivelen $B_i$ kiihtyvyys alustan koordinaatistossa
$\mathbf{v}_c$	massakeskipisteen $C$ lineaarinopeus
$\mathbf{v}_p$	lavan translaationopeusvektori
$V_0$	sylinterikammion alkutilavuus
$x$	männän siirtymä
$\Delta p$	nesteessä vallitsevan paineen muutos
$\Delta \mathbf{q}$	sylinterivoimia vastaava nivelsiirtymien vektori
$\Delta t$	aikainkrementti
$\Delta V$	pohjan puoleisen sylinterikammion tilavuuden muutos
$\Delta \mathbf{x}$	lavan siirtymät
$\gamma_{bi}$	nivelen $A_i$ ”asemakulma”
$\gamma_{pi}$	nivelen $B_i$ ”asemakulma”
$\eta_{hm}$	hydromekaaninen hyötysuhde
$\theta_i$	sylinterin $i$ kiertymä $y_i$ -akselin ympäri
$\theta_p$	lavan kiertymä $v$ -akselin ympäri
$\sigma$	normaalijännitys
$\tau_i$	sylinterin $i$ sylinterivoima
$\boldsymbol{\tau}$	sylinterivoimien vektori
$\Phi_p$	lavan kiertymä $w$ -akselin ympäri
$\chi$	diagonaali jousimatriisi
$\Psi_i$	sylinterin $i$ kiertymä $x_i$ -akselin ympäri
$\Psi_p$	lavan kiertymä $u$ -akselin ympäri
$\omega_i$	sylinterin $i$ kulmanopeus alustan koordinaatistossa
$\omega_p$	lavan kulmanopeus
$\dot{\omega}_p$	lavan kulmakiihtyvyys

# 1 JOHDANTO

Vuonna 1947 tohtori Eric Gough kehitti uuden rinnakkaisrakenteisen manipulaattorin, kuusijalkaisen oktaedrisen manipulaattorin. Manipulaattori kehitettiin ratkaisemaan ongelmat, jotka liittyivät ilmailualan vaivaaviin laskeutumiskuormiin. Tarvittiin laite, jolla pystyttiin määrittämään kuormitusten alaisten renkaiden ominaisuudet, ja juuri tätä tarkoitusta varten Gough kehitti laitteensa. Goughin keksinnöllä oli suuri vaikutus kumiteollisuuden syntymiseen. [1]

Kuusijalkaiset rinnakkaisrakenteiset manipulaattorit eivät kuitenkaan olleet uusi asia, kun Gough kehitti laitteensa. Järjestelmät kolmella vertikaalisella ja kolmella horisontaalisella jalalla tiedettiin jo, ja ne olivat niin yleisiä, että niiden alkuperä oli jo unohdettu. Uutta Goughin laitteessa oli kuitenkin se, miten manipulaattorin jalat aseteltiin. Koska laitteen piti pystyä suhteellisen laajoihin liikkeisiin, Gough valitsi jaloille symmetrisen asetelman muodostaen oktaedrin. Laite rakennettiin 1950-luvun alussa ja se oli käyttökunnossa vuonna 1954. [1]

Vuonna 1964 Klaus Cappel haki patenttia uudelle keksinnölleen, kuusivapausasteiselle oktaedriselle liikealustalle. Laite muistutti rakenteeltaan Goughin rinnakkaisrakenteista manipulaattoria, mutta Cappel ei ollut tietoinen Goughin keksinnöstä, kun hän kehitteli laitteensa. Idea patenttihakemukselle ja liikealustalle tuli Sikorsky Aircraft Division of United Technologies -yhtiön pyynnöstä suunnitella ja rakentaa kuusivapausasteinen helikopterisimulaattori. Cappelin keksinnöstä tuli näin ollen ensimmäinen oktaedriseen liikealustaan pohjautuva lentosimulaattori. [1]

Vuonna 1965 Stewart julkaisi paperin, jossa hän kuvailee, kuinka kuusivapausasteista liikealustaa voitaisiin käyttää lentosimulaattorina. Julkaisusta tuli kuuluisa ja rinnakkaisrakenteisia manipulaattoreita, myös Goughin suunnittelemaa oktaedria, alettiin kutsua nimellä ”Stewartin liikealusta”, vaikka Stewartin ehdottama rinnakkaisrakenteinen mekanismi erosi oktaedrisestä manipulaattorista. Julkaisulla oli suuri vaikutus rinnakkaisrakenteisten manipulaattorien kinematiikan myöhempään kehitykseen. [1]

Goughin, Cappelin ja Stewartin työt yhdessä tekivät tästä uudesta oktaedrisestä liikealustasta suosituimman rinnakkaisrakenteisen manipulaattorityypin [1]. Oktaedriset rinnakkaisrakenteiset manipulaattorit ovat levinneet useille teollisuuden aloille ja niitä käytetään useisiin eri tarkoituksiin, muun muassa simulaatioihin ja kirurgisiin operaatioihin. Tänäkin päivänä rinnakkaisrakenteisia manipulaattoreita tutkitaan ja kehitellään

edelleen. Oktaedrisiin rinnakkaisrakenteisiin manipulaattoreihin ja myös niihin, jotka eivät oikeastaan edes ole oktaedrisia, viitataan yleensä nimellä ”Stewartin liikealusta” tai ”Stewart-Gough liikealusta”.

Myös Tampereen teknillisen yliopiston (TTY) hydrauliiikan ja automatiikan laitoksella (IHA) on käytössä rinnakkaisrakenteinen manipulaattori, Stewart-Gough liikealusta. Laitoksen aikeena on asentaa liikealustan päälle Avant Tecno -yhtiön 210-mallin kaivuri puomi. Yhdistelmää voidaan käyttää esimerkiksi laivan keinunnan simuloimiseen, kun puominosturilla yritetään nostaa taakkoja samanaikaisesti.

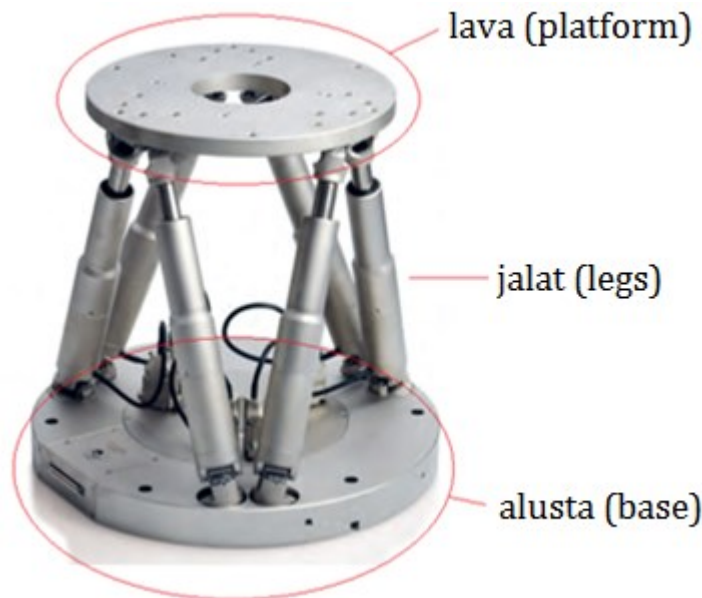
Diplomityön tarkoituksena on tutkia, kestävätkö liikealustan nykyiset vesihydrauliset sylinterit kaivurista ja sen kuormasta aiheutuvat kuormitukset. Jos sylinterit eivät kestä kuormituksia, työssä mitoitetaan liikealustalle uudet sylinterit. Tarkasteluun ja mitoitukseen käytetään pääasiassa Solidworks 3D-mallinnusohjelmaa ja Matlab laskentaohjelmaa. Kirjallisuutta käyttäen tutkitaan eri laskentamenetelmiä liikealustan kuormitusten ja sylinterivoimien ratkaisemiseksi.

Kappaleessa kaksi esitellään Stewart-Gough liikealustoja ja kerrotaan myös niiden jalkoina käytettävistä hydraulisylintereistä. Kappaleessa kolme käydään läpi liikealustan kinematiikka ja dynamiikka, ja johdetaan kaavat sekä staattisten että dynaamisten sylinterivoimien ratkaisemiseksi. Kappaleessa neljä käydään läpi sylinterien mitoitusvaiheet. Lopuksi kappaleessa viisi tehdään yhteenveto sekä tarkastellaan tuloksia kriittisesti. Samalla arvioidaan jatkotutkimuksen ja kehitystyön tarvetta.

Liitteessä A johdetaan kaavat hydraulisen jousivakion laskemiseksi ja liitteessä B Eulerin liikeyhtälöt, joiden avulla ratkaistaan dynaamiset sylinterivoimat. Liitteessä C on liikealustan päälle asennettavan kaivurin räjähdyskuva ja tuoteluettelo. Liitteessä D on kaivurin tasapainoyhtälöt, joilla ratkaistaan liikealustan staattiset kuormitukset. Liitteessä E on Matlab-ohjelmalla tehty suoran kinematiikan algoritmi, jolla sylinterien iskuista ratkaistaan liikealustan lavan asema ja orientaatio. Liitteestä F on käänteisen kinematiikan algoritmi. Liitteestä G löytyy staattisten sylinterivoimien laskentaan käytetty algoritmi. Liitteestä H löytyy liikealustan nykyisille sylintereille tehty nurjahdustarkastelu ja hydraulisten jousivakioiden laskut, joiden tuloksia tarvitaan jännitystarkastelussa. Liitteessä I on uusien sylinterin mitoituslaskut, nurjahdustarkastelu ja hydraulisten jousivakioiden laskut. Liitteessä J on ote Contarini-yhtiön tarjoamien sylinterien teknisestä esitteestä, jota käytettiin pohjana uusien sylinterien suunnittelussa. Liitteessä K on dynaamisten sylinterivoimien laskenta-algoritmi ja liitteessä L on liikealustan uuden sylinterin työpiirustus.

## 2 STEWART-GOUGH LIIKEALUSTAT

Stewart-Gough liikealusta on kuusivapausasteinen rinnakkaisrakenteinen manipulaattori. Liikealusta koostuu yleensä liikkuvasta lavaosasta (platform) ja kiinteästi tuetusta perustasta (base), jotka on kytketty toisiinsa kuudella lineaarisesti laajenevalla jalalla (legs). Usein jalat on kytketty perustaan ja lavaan pallonivelillä. Lava liikkuu, kun jalat muuttavat pituuksiaan. Liikealustan suljetusta rakenteesta (closed-loop) johtuen kaikki nivelet eivät voi liikkua toisistaan riippumattomasti. Yleisesti voidaan sanoa, että liikkuvien nivelien lukumäärä on yhtä suuri kuin liikealustan vapausasteiden lukumäärä. [2, 3, 4] Kuvassa 1 on esimerkki eräästä liikealustasta.



*Kuva 1. Stewart-Gough liikealusta, perustuu lähteeseen [5].*

### 2.1 Sovelluskohteet

Rinnakkaisrakenteisten manipulaattorien etuina verrattuna nivelpuomi manipulaattoreihin on kompakti koko, kyky ohjaukseen suurella kaistanleveydellä, sitkeys ulkoisia voimia ja virhekasaukia vastaan, käytettävyys ja ne myös sopivat tarkkoihin asemajärjestelmiin. Lisäksi rinnakkaisrakenteisilla manipulaattoreilla on korkea voima/massa -suhde eli suuri jäykkyys, koska kuorma jakautuu jalkojen kesken. [3, 6]

Rinnakkaisrakenteisten manipulaattorien ongelmina ovat suhteellisen pieni liikealue ja matemaattisesti vaikea suora kinematiikka. Suora kinematiikka on usein rinnakkaisrakenteisille manipulaattoreille monimutkainen ja vaikeasti ratkaistavissa, koska yhtälöt ovat epälineaarisia. Suoran kinematiikan ongelmaan on olemassa analyyttisiä, numeerisia ja havaitisijaan pohjautuvia ratkaisumenetelmiä. Analyyttiset menetelmät antavat tarkan ratkaisun, mutta ovat monimutkaisia, koska tulos saadaan ratkaisemalla korkeasteisia polynomiyhtälöitä. Lisäksi analyyttiset menetelmät antavat ratkaisuksi useamman tuloksen, joista pitää valita oikea ratkaisu. Yleensä käytetään Newton-Raphson iteraatiomenetelmää, koska se on suhteellisen yksinkertainen algoritmi ja suppenee hyvin. Menetelmässä täytyy kuitenkin osata valita hyvät alkuarvot, koska muuten se suppenee väärään ratkaisuun. [3]

Rinnakkaisrakenteisille manipulaattoreille on löytynyt monia erilaisia sovelluskohteita muun muassa lento- ja ajoneuvosimulaattoreissa, kaivoslaitteissa, suurta tarkkuuta vaativissa koneistuksissa ja lääketieteellisissä välineissä. Esimerkiksi 1990-luvun alussa PI-yhtiö kehitti Yhdysvaltain National Aeronautics and Space Administration (NASA) ilmailu- ja avaruusviraston Infrared Telescope Facility -teleskoopille kuvan 2 kuusijalkaisen rinnakkaisrakenteisen manipulaattorin, jonka tehtävänä on vakauttaa halkaisijaltaan 210 mm sekundaaripeili reaaliajassa. Manipulaattori myös säättää viidessä vapausasteessa peiliä yhdensuuntaiseksi primaaripeilin kanssa. [3, 7]



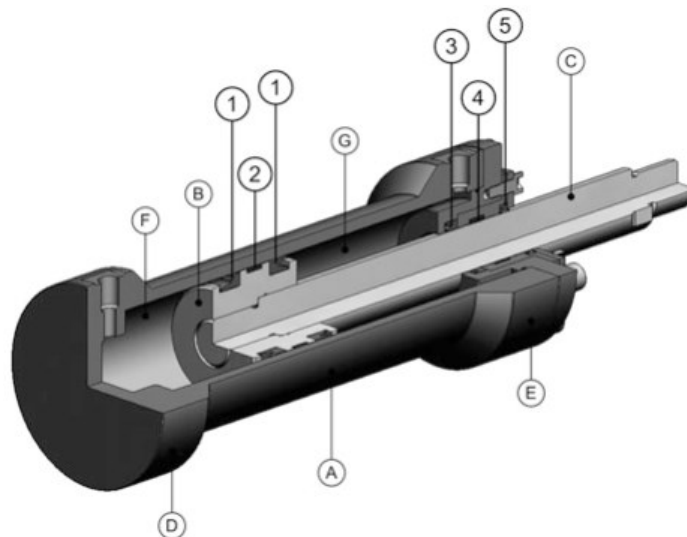
**Kuva 2.** *PI-yhtiön NASA:n Infrared Telescope Facility -teleskoopille kehittämä vakautusjärjestelmä [7].*

## 2.2 Hydraulisyylinterit

Rinnakkaisrakenteisten manipulaattorien jalkoina käytetään useimmin hydraulisyylinteriä kuin elektromekaanisia toimilaitteita. Hydraulisyylinterit pystyvät tuottamaan suuria voimia ja reagoimaan nopeasti. Lisäksi niiden etuina ovat hyvä kestävyys ja jäykkyys. Koska myös tämän työn liikealustalle käytetään hydraulisyylinteriä, käsitellään seura-

vaksi niitä. Sylinterit muuntavat hydraulisen tehon mekaaniseksi, suoraviivaiseksi, lineaariliikkeeksi. Teho saadaan sylinterin rakenteesta ja kiinnitystavasta riippuen joko männänvarresta tai sylinteriputkesta. [8; 9, s. 195]

Kuvassa 3 on poikkileikkaus tyypillisestä hydraulisylinteristä. Sylinteri koostuu yleensä sylinteriputkesta (A), männästä (B) ja männänvarresta (C). Mäntä on kytketty männänvarteen ja kyseisistä osista koostuva kokoonpano liikkuu eteen- ja taaksepäin putkessa. Putki on suljettu molemmista päistä pohjalla (D) ja päädyllä (E), josta männänvarsi jatkuu ulos sylinteristä. Mäntä jakaa putken kahteen kammioon: pohjan puoleiseen kammioon (F) ja männänvarren puoleiseen kammioon (G). Sylinteriputkessa ja männänvarressa on kiinnikkeet, joiden avulla sylinteri voidaan kytkeä muihin laitteisiin. Sylinterien männissä ja männänvarsissa on usein tiivisteet (1) (2) eristämässä sylinterin ja männänvarren kammiot toisistaan. Pyyhkijän (5) tehtävänä on pyyhkiä epäpuhtaudet pois männänvarresta. Laakerien (2) (4) tehtävänä on kantaa sylinteriin vaikuttavat radiaalikuormat varmistaen näin sylinterin sujuvan toiminnan. Joissakin sylintereissä on lisäksi päätyvaimentimet, joiden toiminta perustuu sylinteristä poistuvan virtauksen kuristamiseen. Niiden tehtävänä on absorboida liikkuvan männän liike-energia iskun loppuvaiheessa pienentäen siten painepiikkejä ja voimia, jotka voisivat muuten vaurioittaa sylinterin ja männän rakenteita. Päätyvaimentimia tarvitaan yleensä tilanteissa, joissa männän nopeus on suurempi kuin 0,1 m/s tai liikutettavat massat ovat erittäin suuria. [9, s. 206–207; 10, p. 1709]



**Kuva 3.** Tyypillinen hydraulisylinteri [10].

Sylinterit voidaan toimintaperiaatteensa perusteella luokitella kahteen pääryhmään: yksitoimisiin ja kaksitoimisiin. Yksitoimisia sylintereitä käytetään hydraulisesti vain toiseen liikesuuntaan, jolloin työliike saadaan vain tähän suuntaan. Paluuliike toteutetaan ulkoisella voimalla, joka voi aiheutua sylinterin omasta painosta, sylinteriä kuormittavasta voimasta tai sylinterin sisäisestä palautusjousteesta. Yksitoimisia sylintereitä ovat muun muassa uppomäntäsylinteri ja yksitoiminen teleskooppisylinteri. Kaksitoimisia

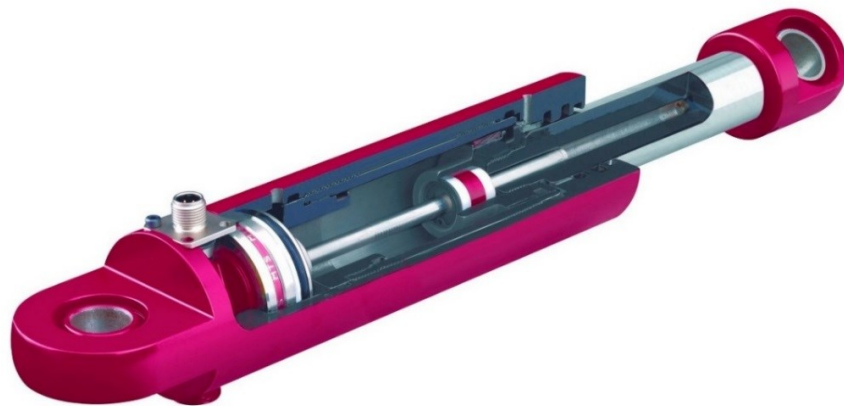


sylintereitä taas käytetään hydraulisesti molempiin liikesuuntiin, jolloin myös työliike saadaan molempiin suuntiin. Tähän ryhmään kuuluvat yksipuolisella männänvarrella varustetut sylinterit, kaksipuolisella männänvarrella varustetut sylinterit sekä kaksitoimiset teleskooppisylinterit. [9, s. 195–198]

### 2.2.1 Asema-anturit

Hydraulisylinterin männän aseman eli iskun mittaamiseen käytetään yleensä yhtä kolmesta eri teknologiaan perustuvasta asema-anturista: magnetrostriktiivisiä, muuttuva resistanssi ja muuttuva induktanssi antureita. Yhteistä näille kolmelle anturille on pitkän johtimen käyttö, joka asetetaan syvään, halkaisijaltaan pieneen reikään, joka on kanuunaporattu (gun-drilling) sylinterin sisäiseen männänvarren päähän. [11]

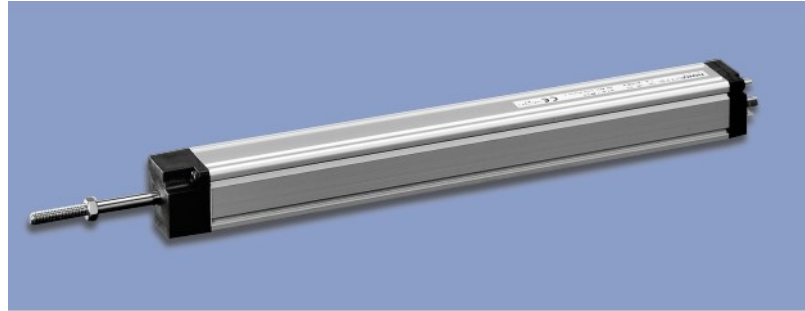
Magnetrostriktiivinen anturi koostuu ruostumattomasta teräksestä tehdystä putkesta (”aaltojohteesta”), putkeen sijoitetusta johtimesta ja putken ympärille asennetusta lyhyestä rengasmaisesta kestopagneetista, joka on tasoupotettu mäntään. [11] Johtimeen lähetetään virtapulssi, joka tuottaa johtimen ympärille sitä kiertävän magneettikentän. Rengasmagneetin ja johtimen magneettikenttien törmäyskohdassa putki kiertyy. Kiertymä etenee johtimessa kumpaakin suuntaan ultraäänen nopeudella. Anturin rungon puoleisen pään kiertymä todetaan ilmaisimella, kun taas vapaaseen päähän kulkeutunut kiertymä vaimennetaan heijastusten välttämiseksi. Ääniaallon kulkuajasta lasketaan magneetin sijainti. [12, s. 111] Magnetrostriktiiviset anturit ovat herkkiä tärähdyksille ja värinöille, mutta anturissa ei ole kuluvia osia ja se on helppo sijoittaa hydraulisylinterin sisään [11; 12, s. 112]. Kuvassa 4 on MTS-yhtiön MH-sarjan asema-anturi asennettuna sylinteriin.



**Kuva 4.** Magnetrostriktiivinen asema-anturi asennettuna sylinteriin [13].

Muuttuvaan resistanssiin perustuvia antureita eli potentiometreja käytetään silloin, kun hinta on tärkeämpi kuin suuri tarkkuus. Potentiometrit on usein upotettu sylinterin pohjalevyyn. Anturi koostuu eristetystä, pyöreästä kannattimesta, joka on sijoitettu sylinterin sisäiseen männänvarren päähän. Kannatin tukee sähköisesti johtavaa pyyhkijää, joka

koskettaa sähköisesti osittain johtavan muovijohtimen pintaa. Pyyhkijän liikkuesssa muovielementin päällä sen resistanssi muuttuu lineaarisesti, mistä voidaan määritellä kannattimen ja siten männän asema. Potentiometrit kuluu suhteellisen helposti. Koska anturit on yleensä upotettu sylinteriin, niiden vaihtaminen voi olla aikaa vievää ja kallista. [11] Kuvassa 5 on novotechnik-yhtiön LWH-sarjan potentiometri.



**Kuva 5.** Potentiometri [14].

Muuttuvaan induktanssiin perustuvien anturien eli LVDT-anturien (linear variable differential transformer) toiminta perustuu oskillaattoriin resonanssitaajuuden mittaamiseen. Oskillaattori käyttää induktiivista johdinta, jonka induktanssi muuttuu männän liikkuesssa. LVDT-anturit sijoittuvat ominaisuuksiltaan magnetostriktiivisten anturien ja potentiometrien väliin. LVDT-antureista löytyy sekä virtausaukkoon asennettavia että sylinteriin upotettavia versioita. [11] Kuvassa 6 on Alliance Sensors Group -yhtiön SS-7 sarjan LVDT-anturi.



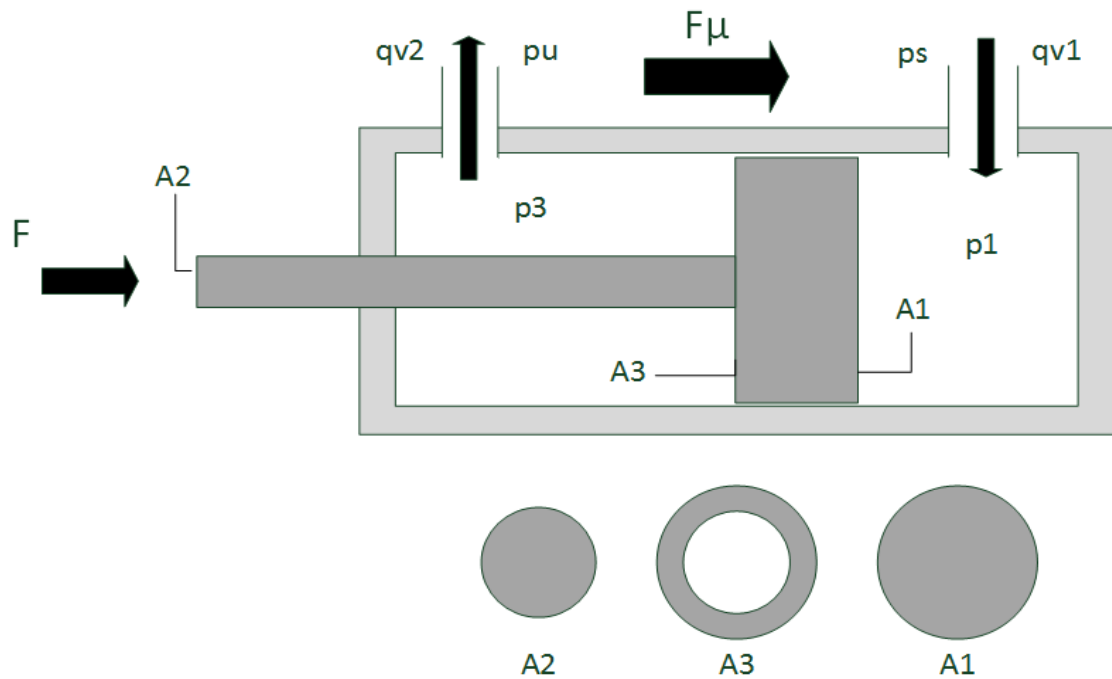
**Kuva 6.** LVDT-anturi [15].

Asema-anturit ovat tärkeitä sylinterien ohjauksessa, mutta niistä voi aiheutua myös ongelmia. Vaikka anturit voitaisiinkin asentaa sylinterin sisään, ne kasvattavat tästä huolimatta hieman tilantarvetta. Anturin ja sen liittimen, kuva 4, takia tarvitaan hieman pitempi sylinteriputki, vaikka itse männänvarsi vaatisi lyhyemmän putken. Pitempi sylinteriputki kasvattaa sylinterin hintaa. Lisäksi männänvarteen porattavan reiän takia sylinterien lujuus hieman pienenee. Reiän kohdalla on paikallinen jännitehuippu, joka voi aiheuttaa väsymismurtumien alkamisen [16, s. 382]. Reiästä johtuen myös männänvarren poikkipinta-ala pienenee, mistä johtuen männänvarren normaalijännitys  $\sigma = F/A$  hieman kasvaa [16, s. 26]. Nämä voivat aiheuttaa sylinterin myötämisen ja pahimmassa

tapauksessa murtumisen. Sylinterien materiaalina käytetään toisaalta usein erilaisia teräksiä, jotka ovat usein sitkeitä materiaaleja [16, s. 34]. Sitkeille materiaaleille ei pienelle alueelle keskittyvä paikallinen myötäminen aiheuta toiminnallisia haittoja [16, s. 382]. Niin kauan kuin paikalliset jännitehuiput eivät ylitä materiaalin murtolujuutta, ongelmia ei useimmissa tapauksissa pitäisi syntyä.

### 2.2.2 Ominaisuudet

Tarkastellaan kuvan 7 sylinteriä molempiin liikesuuntiin. Käytetään kuvan merkinnöistä poiketen tulevan virtauksen puoleiseen kammioon liittyvien suureiden alaindeksinä merkintää ”tulo” ja poistuvan virtauksen puoleiseen kammioon liittyvien suureiden alaindeksinä ”lähtö”. Tällöin sylinterin liikesuunnasta riippuen nämä alaindeksit korvataan vastaaviin kammioihin liittyvillä tilavuusvirran, paineen ja pinta-alan alaindekseillä. [9, s. 199]



**Kuva 7.** Sylinterin toimintaan vaikuttavat tekijät, perustuu lähteeseen [9, s. 200].

Oletetaan, että mäntä on paikallaan tai liikkuu vakionopeudella. Tällöin voidaan myös olettaa, että sylinterin vuodot ja kitkat pysyvät vakioina, kun todellisuudessa niiden arvot riippuvat männän liikenopeudesta. [9, s. 200]

Paine, joka sylinterin työtä tekevässä kammiossa tarvitaan kuormituksen voittamiseksi, riippuu sekä sylinteriin kohdistuvasta ulkoisesta kuormasta että vastakkaisessa kammiossa vallitsevan paineen aiheuttamasta sisäisestä kuormasta. Tällöin männälle pätee yhtälö

$$p_{tulo} * A_{tulo} = F + p_{lähtö} * A_{lähtö} \quad (1)$$

jossa  $F$  on sylinteriä kuormittava voima,  $p_{tulo}$  työtä tekevän kammion paine,  $p_{lähtö}$  työtä tekevän kammion vastakkaisen sylinterikammion paine,  $A_{tulo}$  männän paineenalainen pinta-ala työtä tekevän kammion puolella ja  $A_{lähtö}$  männän paineenalainen pinta-ala  $p_{lähtö}$  alaisen kammion puolella. Yhtälö 1 voidaan muokata siten, että siitä voidaan ratkaista sylinterin kuormitusten voittamiseksi tarvittava paine, jolloin saadaan

$$p_{tulo} = \frac{F}{A_{tulo}} + p_{lähtö} * \frac{A_{lähtö}}{A_{tulo}}. \quad (2)$$

Todellisissa sylintereissä esiintyy kuitenkin sekä mekaanisia kitkoja että virtausvastuksia, jotka kasvattavat kuormitusten voittamiseen tarvittavan paineen suuruutta. Häviöt otetaan huomioon hydromekaanisella hyötysuhteella, jolloin todelliseksi kuormitusten voittamiseksi tarvittavaksi paineeksi työtä tekevässä kammiossa tulee

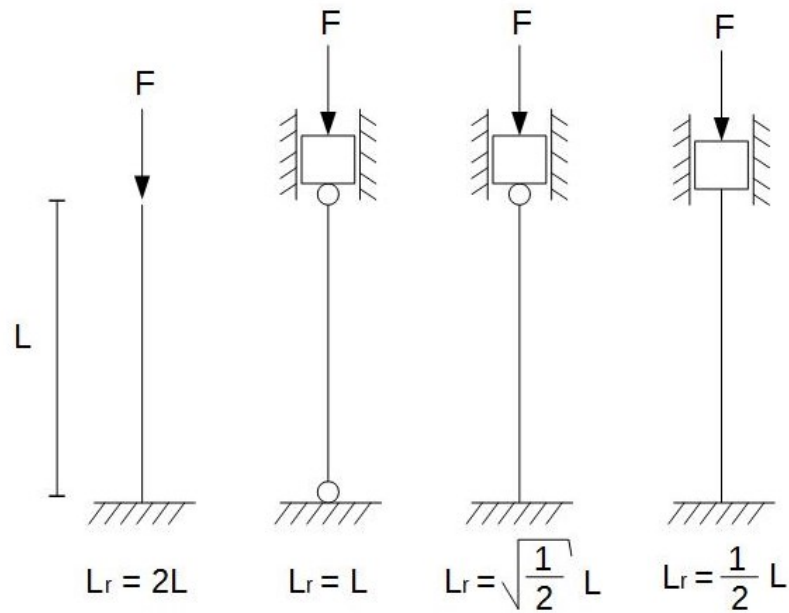
$$p_{tulo} = \frac{F}{A_{tulo} * \eta_{hm}} + p_{lähtö} * \frac{A_{lähtö}}{A_{tulo}}, \quad (3)$$

jossa  $\eta_{hm}$  on hydromekaaninen hyötysuhde. Hydromekaaninen hyötysuhde riippuu sylinterikammioissa vallitsevista paineista, tiivisteistä, sylinteriputken ja männänvarren pintalaadusta sekä sylinterin virtauskanavien ominaisuuksista. [9, s. 201–202]

### 2.2.3 Nurjahdus

Hydraulisylinterit on suunniteltu kantamaan vain aksiaalisia kuormia, joten niiden kiinnitystapojen valinnassa ja asennuksessa on pyrittävä siihen, ettei rakenteeseen kohdistu sivuttaisvoimia. Sylinterit kestävät rajallisesti myös aksiaalisia voimia. Kun männänvartta puristavaa aksiaalikuormitusta kasvatetaan, männänvarsi taipuu tietyllä kriittisellä kuormalla sivulle. Tällöin on kyse nurjahduksesta. [9, s. 204]

Sylintereiden suurimmat sallitut kuormituksesta riippuvat iskunpituudet voidaan tarkistaa joko sylinterivalmistajien laatimista käyrästöistä eli nurjahdusdiagrammeista tai laskemalla. Ensiksi on kuitenkin selvitettävä rakenteen redusoitu pituus, joka riippuu sekä sylinterin iskunpituudesta että kiinnitystavasta. Kuvassa 8 esitetään redusoituja pituuksia eri kiinnitystapauksissa. Tämän jälkeen sylinterille sallittu suurin iskunpituus tai redusoitu pituus halutulla kuormituksella saadaan sylinterivalmistajien nurjahdusdiagrammeista. Nämä perustuvat usein varmuuskertoimeen  $C_n = 4$ , mutta tarvittavan varmuuskertoimen suuruus riippuu sovelluskohteesta. Esimerkiksi teollisuudessa varmuuskertoimet ovat yleensä  $C_n = 3–5$ , kun taas liikkuvassa kalustossa  $C_n = 2–4$ . [9, s. 204–205]



**Kuva 8.** Redusoidut pituudet, perustuu lähteeseen [9, s. 205].

Nurjahdusvoima  $F_b$ , jolla sylinteri nurjahtaa, on Eulerin mukaan, kun varmuuskerroin  $C_n$  otetaan huomioon,

$$F_b = \frac{\pi^2 * E * I}{C_n * L_r^2}, \quad (4)$$

jossa  $E$  on kimmokerroin,  $I$  poikkipinnan neliömomentti ja  $L_r$  redusoitu pituus. Kaava 4 pätee vain, kun Hooken laki on voimassa eli kun männänvarren jännitys on pienempi kuin materiaalin suhteellisuusraja. Tämän elastisen alueen ulkopuoliset kuormitustapaukset on ratkaistava plastisen alueen ratkaisumenetelmillä. [9, s. 205–206]

### 3 LIIKEALUSTAN KINEMATIikka JA DYNA- MIikka

Tässä kappaleessa käydään läpi liikealustan kinematiikka ja dynamiikka. Kappale alkaa liikealustan kinematiikan määrittämisellä, jossa käsitellään käänteinen ja suora kinematiikka sekä liikealustan asema, nopeus- ja kiihtyvyyshätälöt. Kinematiikan yhteydessä käsitellään myös lavan Jacobin matriisi, jota tarvitaan sekä liikealustan suora kinematiikan että statiikan tarkasteluissa. Kinematiikan jälkeen määritellään liikealustan sylintereiden statiikka ja lopuksi liikealustan dynamiikka. Liikealustan dynamiikka ratkaistaan Newton-Euler menetelmällä.

#### 3.1 Liikealustan kinematiikka

Seuraavaksi määritellään liikealustan kinematiikka. Ensimmäisenä kappaleessa käsitellään käänteinen kinematiikka, jolla lavan asemasta ja orientaatiosta saadaan ratkaistua sylintereiden pituudet. Tämän jälkeen määritellään Jacobin matriisi, jota tarvitaan suoran kinematiikan ja myöhemmin liikealustan statiikan ongelmien ratkaisemiseksi. Jacobin matriisin jälkeen määritellään suora kinematiikka, jolla saadaan sylintereiden pituudesta ratkaistua lavan asema ja orientaatio. Lopuksi kappaleessa määritellään liikealustan asema-, nopeus- ja kiihtyvyyshätälöt, joita tarvitaan myöhemmin liikealustan dynamiikan ratkaisemiseksi.

##### 3.1.1 Käänteinen kinematiikka

Käänteisellä kinematiikalla voidaan ratkaista lavan asemasta ja orientaatiosta liikealustan sylintereiden pituudet. Kuvasta 9 voidaan nähdä, että lavalla ja alustalla on kummallakin oma koordinaatistonsa, joiden akselit on nimetty  $u, v, w$  ja  $x, y, z$  tässä järjestyksessä. Sylinterin vektorille  $\mathbf{d}_i$  voidaan kirjoittaa yhtälö, joka vastaa sylinteriä  $i$  alustan koordinaatistossa

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{p} + \mathbf{A}\mathbf{R}_B * \mathbf{B}\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i, \quad (5)$$

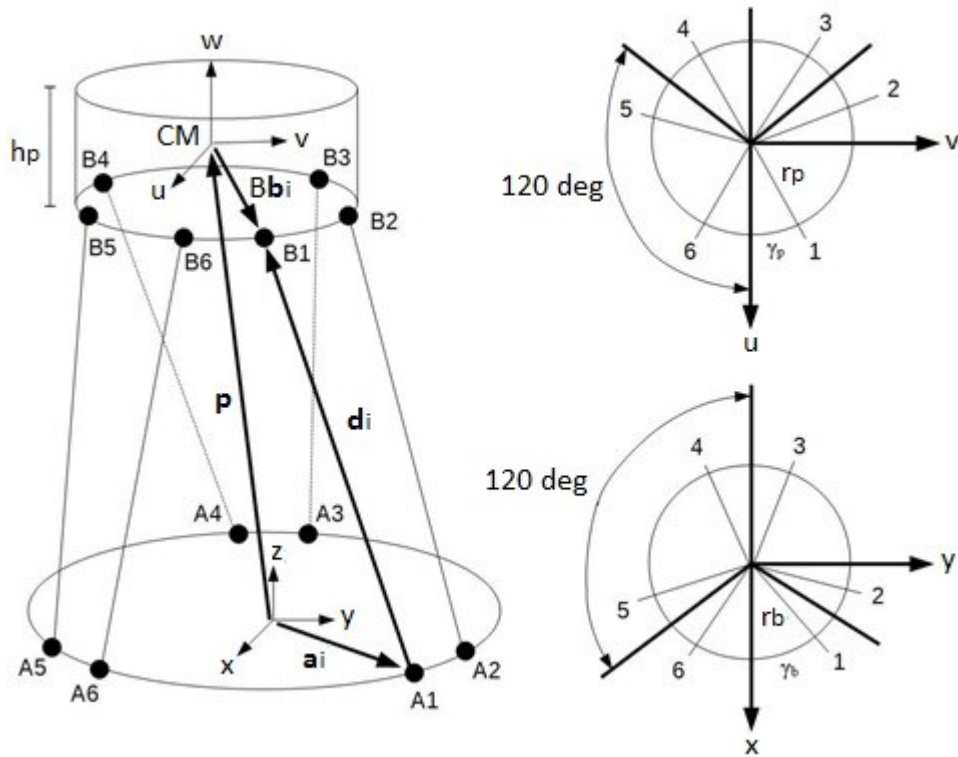
jossa  $\mathbf{A}\mathbf{R}_B$  on lavan rotaatiomatriisi,  $\mathbf{p} = [x_p, y_p, z_p]^T$  on lavan massakeskipisteen (muutuva) paikkavektori alustan koordinaatistossa,  $\mathbf{B}\mathbf{b}_i$  on nivelen  $B_i$  (vakio) paikkavektori lavan koordinaatistossa ja  $\mathbf{a}_i$  on nivelen  $A_i$  (vakio) paikkavektori alustan koordinaatistossa. [17, s. 13–15]

Koska sylinterien päät ovat järjestäytyneet pareittain 120 asteen välein, kuten kuvasta 9 käy ilmi, voidaan vektoreille  $Bb_i$  ja  $a_i$  kirjoittaa

$$Bb_i = \left[ r_p \cos \gamma_{pi} \quad r_p \sin \gamma_{pi} \quad -\frac{h_p}{2} \right]^T, \quad (6)$$

$$a_i = [r_b \cos \gamma_{bi} \quad r_b \sin \gamma_{bi} \quad 0]^T, \quad (7)$$

jossa  $r_p$  on lavaympyrän säde,  $h_p$  lavan nimelliskorkeus ja  $r_b$  alustaympyrän säde. Kulmat  $\gamma_{pi}$  ja  $\gamma_{bi}$  määritellään kuvan 9 mukaisesti. Yhtälössä 6 oletetaan, että lavan massakeskipiste (kuvassa 9 CM) on vertikaalisesti keskittynyt ja sylinterien lavan päät on kiinnitetty lavan pohjalle. [17, s. 15]



**Kuva 9.** Käänteisen kinematiikan vektorimääritelmät, perustuu lähteeseen [17, s. 14].

Lavan rotaatiomatriisi  $AR_B$  määritellään seuraavasti

$$AR_B(\Psi_p, \theta_p, \Phi_p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\Psi_p & -s\Psi_p \\ 0 & s\Psi_p & c\Psi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_p & 0 & s\theta_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_p & 0 & c\theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Phi_p & -s\Phi_p & 0 \\ s\Phi_p & c\Phi_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} c\theta_p c\Phi_p & -c\theta_p s\Phi_p & s\theta_p \\ s\Psi_p s\theta_p c\Phi_p + c\Psi_p s\Phi_p & -s\Psi_p s\theta_p s\Phi_p + c\Psi_p c\Phi_p & -s\Psi_p c\theta_p \\ -c\Psi_p s\theta_p c\Phi_p + s\Psi_p s\Phi_p & c\Psi_p s\theta_p s\Phi_p + s\Psi_p c\Phi_p & c\Psi_p c\theta_p \end{bmatrix}, \quad (8)$$

jossa  $\Psi_p$  on lavan kiertymä  $u$ -akselin ympäri,  $\theta_p$  on kiertymä  $v$ -akselin ympäri,  $\Phi_p$  on kiertymä  $w$ -akselin ympäri. Sini- ja kosiinilauseet on lyhennetty muotoihin  $c\Psi_p = \cos\Psi_p$ ,  $s\Psi_p = \sin\Psi_p$ , ja niin edelleen. Yhtälöstä 5 saadaan ratkaistua sylinterin  $i$  pituus  $d_i$

$$d_i = \|\mathbf{d}_i\| = \|\mathbf{p} + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i\|, \quad (9)$$

jossa  $\mathbf{b}_i$  on vektori  $B\mathbf{b}_i$  esitettynä alustan koordinaatistossa eli  $\mathbf{b}_i = A\mathbf{R}_B^* B\mathbf{b}_i$ . Yhtälö 9 ilmoittaa jokaiselle sylinterille,  $i = 1-6$ , tämän pituuden, kun lavan asema ja orientaatio tiedetään. [17, s. 15–16]

### 3.1.2 Lavan Jacobin matriisi

Rinnakkaisrakenteisille manipulaattoreille, kuten Stewart-Gough liikealustalle, on helpompaa määritellä Jacobin matriisi muunnoksena lavan nopeudesta sylinterin nopeuteen. Lavan Jacobin matriisi  $\mathbf{J}$  määritellään

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_p \\ \boldsymbol{\omega}_p \end{bmatrix}, \quad (10)$$

jossa  $\dot{\mathbf{q}}$  on sylinterinopeuksien vektori,  $\mathbf{v}_p = \dot{\mathbf{p}}$  lavan translaationopeusvektori ja  $\boldsymbol{\omega}_p$  lavan kulmanopeus. [17, s. 16]

Jacobin matriisi voidaan määrittää muodostamalla suljetun silmukan nopeusyhtälö jokaiselle sylinterille. Kuvan 10 perusteella suljettu silmukkayhtälö sylinterille  $i$  on

$$\overline{OP} + \overline{PB_i} = \overline{OA_i} + \overline{A_iB_i}. \quad (11)$$

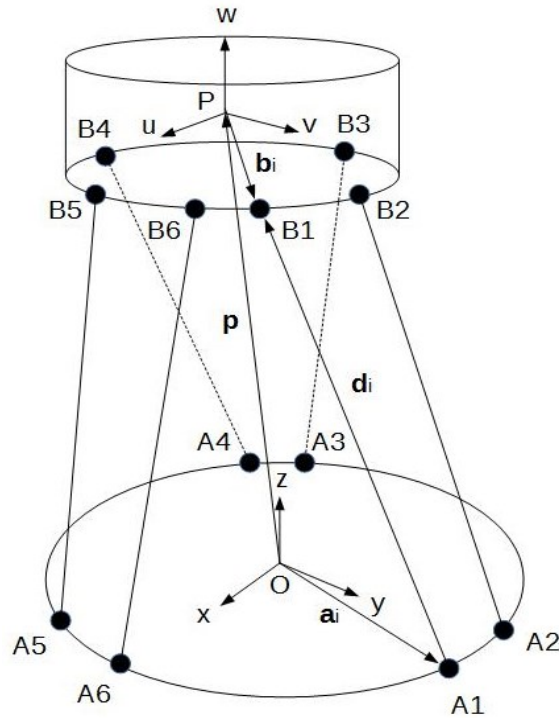
Derivoimalla yhtälöä 11 ajan suhteen saadaan

$$\mathbf{v}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i = \dot{d}_i * \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i + \dot{d}_i * \mathbf{s}_i, \quad (12)$$

jossa  $\mathbf{s}_i$  tarkoittaa vektorin  $A_iB_i$  yksikkövektoria, ja  $\boldsymbol{\omega}_i$  sylinterin  $i$  kulmanopeutta alustan koordinaatistossa. Yhtälön 12 ja yksikkövektorin  $\mathbf{s}_i$  pistetulolla voidaan eliminoida sylinterin  $i$  kulmanopeus  $\boldsymbol{\omega}_i$

$$\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{v}_p + (\mathbf{b}_i \times \mathbf{s}_i) \cdot \boldsymbol{\omega}_p = \dot{d}_i. \quad (13)$$





**Kuva 10.** Kuusivapausasteinen rinnakkaisrakenteinen manipulaattori, perustuu lähteeseen [18, s. 152].

Kirjoittamalla yhtälö 13 kuusi kertaa, kerran jokaiselle sylinterille, saadaan 6 skalaariyhtälöä, jotka voidaan järjestää matriisimuotoon yhtälöä 10 mukaillen

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} s_1^T & (b_1 \times s_1)^T \\ s_2^T & (b_2 \times s_2)^T \\ \vdots & \vdots \\ s_6^T & (b_6 \times s_6)^T \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{v}_p \\ \omega_B \end{bmatrix}, \quad (14)$$

jossa

$$J = \begin{bmatrix} s_1^T & (b_1 \times s_1)^T \\ s_2^T & (b_2 \times s_2)^T \\ \vdots & \vdots \\ s_6^T & (b_6 \times s_6)^T \end{bmatrix}. \quad (15)$$

[18, s. 239]

### 3.1.3 Suora kinematiikka

Suoralla kinematiikalla voidaan ratkaista liikealustan sylintereiden pituuksista lavan asema ja orientaatio. Kuusivapausasteiselle rinnakkaisrakenteiselle manipulaattorille ei ole olemassa lineaarisia tapoja ratkaista suoran kinematiikan ongelmia, mistä johtuen kannattaa käyttää esimerkiksi Newton-Raphson iteraatiomenetelmää. Menetelmä perustuu yhtälöön

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{x}_j - \left( \frac{\partial g(\mathbf{x}_j)}{\partial \mathbf{x}_j} \right)^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}_j), \quad (16)$$

jossa  $\mathbf{x}$  on muuttujien vektori, joita halutaan arvioida,  $\mathbf{g}$  on vektorifunktio, joka lähestyy nollaa, kun vektorin  $\mathbf{x}$  arvio paranee, ja  $j$  on iteraatioluku. Tämän työn liikealustalle pätee

$$\mathbf{x}^T = [\mathbf{p}^T \ \psi_p \ \theta_p \ \Phi_p] \quad (17)$$

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) = \|(AR_B(\psi_p, \theta_p, \Phi_p) * B\mathbf{b}_i + \mathbf{p} - \mathbf{a}_i)\| - d_i \quad (18)$$

$$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{p}, AR_B(\psi_p, \theta_p, \Phi_p)), \quad (19)$$

jossa  $\mathbf{g}_i$  on vektorifunktion  $\mathbf{g}$  rivi  $i$  ja  $d_i$  on sylinterin  $i$  todellinen pituus. Sijoittamalla nämä kolme edellistä kaavaa yhtälöön 16 saadaan

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \psi_p \\ \theta_p \\ \Phi_p \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \psi_p \\ \theta_p \\ \Phi_p \end{bmatrix}_j - \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \|(AR_B * B\mathbf{b}_1 + \mathbf{p} - \mathbf{a}_1)\| - d_1 \\ \vdots \\ \|(AR_B * B\mathbf{b}_6 + \mathbf{p} - \mathbf{a}_6)\| - d_6 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

jossa lavan Jacobin matriisin  $\mathbf{J}$  täytyy olla ei-singulaarinen. [17, s. 23]

### 3.1.4 Liikealustan asema-analyysi

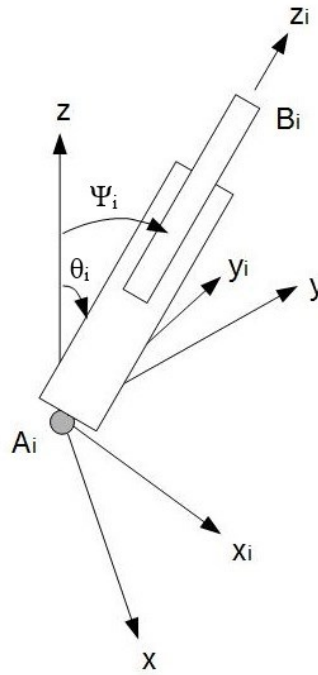
Kuvan 10 perusteella vektorisilmukalle voidaan kirjoittaa yhtälö

$$\mathbf{a}_i + d_i * \mathbf{s}_i = \mathbf{p} + \mathbf{b}_i. \quad (21)$$

Yhtälöstä 21 voidaan ratkaista yksikkövektori  $\mathbf{s}_i$

$$\mathbf{s}_i = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i}{d_i}. \quad (22)$$

Jokainen sylinteri on kiinnitetty alustaan nivellä, joka estää rotaation sylinterin pituusakselin eli  $z_i$ -akselin suhteen. Sylinterin  $i$  orientaatio suhteessa alustaan voidaan esittää kahden Eulerin kulman avulla:  $\psi_i$  rotaatiolla  $x_i$ -akselin ympäri ja tätä seuraavalla  $\theta_i$  rotaatiolla  $y_i$ -akselin ympäri, kuten kuvassa 11 näkyy.



**Kuva 11.** Sylinterin Eulerin kulmat, perustuu lähteeseen [18, s. 429].

Näin ollen saadaan sylinterin  $i$  rotaatiomatriisi  $AR_i$

$$AR_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & 0 & s\theta_i \\ s\Psi_i s\theta_i & c\Psi_i & -s\Psi_i c\theta_i \\ -c\Psi_i s\theta_i & s\Psi_i & c\Psi_i c\theta_i \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Yksikkövektori  $s_i$  ilmaistuna sylinterin  $i$  koordinaatistossa on muodoltaan

$$i s_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Kun vektori  $i s_i$  sijoitetaan yhtälöön  $s_i = AR_i * i s_i$ , saadaan

$$s_i = \begin{bmatrix} s\theta_i \\ -s\Psi_i c\theta_i \\ c\Psi_i c\theta_i \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Ratkaisemalla edellisestä yhtälöstä kulmat  $\Psi_i$  ja  $\theta_i$  saadaan

$$\begin{aligned} s\theta_i &= s_{ix}, \\ c\theta_i &= \sqrt{s_{iy}^2 + s_{iz}^2}, \\ c\Psi_i &= s_{iz}/c\theta_i, \\ s\Psi_i &= -s_{iy}/c\theta_i, \end{aligned} \quad (26)$$

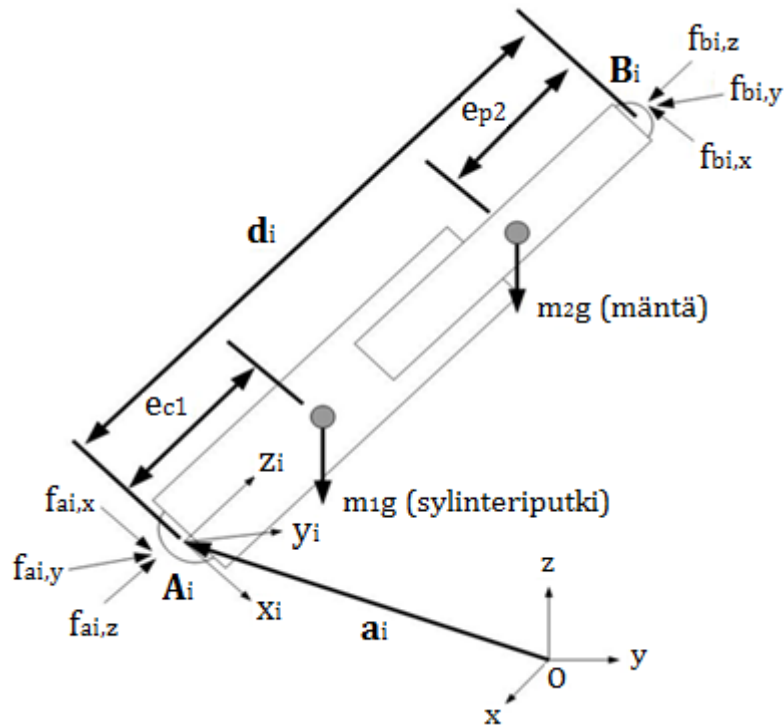
jossa  $s_{ix}$ ,  $s_{iy}$  ja  $s_{iz}$  ovat vektorin  $s_i$   $x$ -,  $y$ - ja  $z$ -komponentit. Yhtälöt 22 ja 26 yhdessä määrittävät sylinterin  $i$  suunnan ja Eulerin kulmat lavan aseman perusteella. [18, s. 428–429]

Kuten kuvasta 12 käy ilmi,  $e_{c1}$  on etäisyys nivelestä  $A_i$  sylinteriputken  $i$  massakeskipisteeseen, ja  $e_{p2}$  on etäisyys nivelestä  $B_i$  männän  $i$  massakeskipisteeseen. Tällöin sylinteriputken ja männän  $i$  massakeskipisteiden paikkavektoreille  $r_{1i}$  ja  $r_{2i}$  voidaan kirjoittaa

$$r_{1i} = a_i + e_{c1} * s_i \quad (27)$$

$$r_{2i} = a_i + (d_i - e_{p2})s_i. \quad (28)$$

[18, s. 429]



**Kuva 12.** Sylinterin vapaakappalekuva, perustuu lähteeseen [18, s. 430].

### 3.1.5 Liikealustan nopeusanalyysi

Lavan kulmanopeus  $\omega_p$  kirjoitettuna Eulerin kulmien ja lavaan kiinnitettyjen yksikkövektoreiden  $u$ ,  $v'$ , ja  $w''$  avulla on

$$\omega_p = \dot{\psi}u + \dot{\theta}v' + \dot{\phi}w''. \quad (29)$$

Yhtälössä 29 yksikkövektorit  $u$ ,  $v'$  ja  $w''$  eivät ole ortogonaalisia. Kun  $u$ ,  $v'$  ja  $w''$  esitetään alustan koordinaatistossa, saadaan

$$\boldsymbol{\omega}_p = \begin{bmatrix} \dot{\Psi} + \dot{\Phi} s \theta \\ \dot{\theta} c \Psi - \dot{\Phi} s \Psi c \theta \\ \dot{\theta} s \Psi + \dot{\Phi} c \Psi c \theta \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Lavan kulmakiihtyvyys saadaan derivoimalla yhtälö 30 ajan suhteen

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_p = \begin{bmatrix} \ddot{\Psi} + \ddot{\Phi} s \theta + \dot{\Phi} \dot{\theta} c \theta \\ \ddot{\theta} c \Psi - \dot{\theta} \dot{\Psi} s \Psi - \ddot{\Phi} s \Psi c \theta - \dot{\Phi} \dot{\Psi} c \Psi c \theta + \dot{\Phi} \dot{\theta} s \Psi s \theta \\ \ddot{\theta} s \Psi + \dot{\theta} \dot{\Psi} c \Psi + \ddot{\Phi} c \Psi c \theta - \dot{\Phi} \dot{\Psi} s \Psi c \theta - \dot{\Phi} \dot{\theta} c \Psi s \theta \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Sekä kulmanopeus että -kiihtyvyys esitetään alustan koordinaatistossa. Molemmat vektorit voidaan muuntaa lavan koordinaatistoon kertomalla ne matriisilla  $\mathbf{A}\mathbf{R}_B^T$ . [18, s. 427–428]

Seuraavaksi määritellään sylintereiden lineaariset nopeudet ja kulmanopeudet lavan lineaarisen nopeuden ja kulmanopeuden avulla. Nivelen  $B_i$  nopeus  $\mathbf{v}_{bi}$  saadaan derivoimalla yhtälön 21 oikea puoli ajan suhteen

$$\mathbf{v}_{bi} = \mathbf{v}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i. \quad (32)$$

Muuntamalla nopeus  $\mathbf{v}_{bi}$  sylinterin  $i$  koordinaatistoon saadaan

$$i\mathbf{v}_{bi} = i\mathbf{R}_A * \mathbf{v}_{bi}, \quad (33)$$

jossa  $i\mathbf{v}_{bi} = [iv_{bix}, iv_{biy}, iv_{biz}]^T$  on nivelen  $B_i$  nopeus ilmaistuna sylinterin  $i$  koordinaatistossa ja  $i\mathbf{R}_A$  on sylinterin rotaatiomatriisin  $\mathbf{A}\mathbf{R}_i$  transpoosi eli  $i\mathbf{R}_A = \mathbf{A}\mathbf{R}_i^T$ . Nivelen  $B_i$  nopeus voidaan myös kirjoittaa sylinterin  $i$  kulmanopeuden ehdoilla derivoimalla yhtälön 21 vasen puoli ajan suhteen

$$i\mathbf{v}_{bi} = d_i * i\boldsymbol{\omega}_i \times i\mathbf{s}_i + \dot{d}_i * i\mathbf{s}_i. \quad (34)$$

Yhtälön 34 ja vektorin  $i\mathbf{s}_i$  pistetulosta saadaan sylinterin  $i$  lineaarinopeus

$$\dot{d}_i = iv_{biz}. \quad (35)$$

Koska sylinterit eivät pysty kiertymään pituusakseliensa ympäri, tulo  $\boldsymbol{\omega}_i^T * \mathbf{s}_i$  on nolla. Yhtälön 34 ja vektorin  $\mathbf{s}_i$  ristitulosta saadaan sylinterin  $i$  kulmanopeudeksi

$$i\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{d_i} (i\mathbf{s}_i \times i\mathbf{v}_{bi}) = \frac{1}{d_i} \begin{bmatrix} -iv_{biy} \\ iv_{bix} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Kun sylinterin  $i$  kulmanopeus on saatu ratkaistua, saadaan sylinteriputken ja männän  $i$  massakeskipisteiden nopeudet derivoimalla yhtälöt 27 ja 28 ajan suhteen

$$i\mathbf{v}_{1i} = e_{c1} * i\boldsymbol{\omega}_i \times i\mathbf{s}_i = \frac{e_{c1}}{d_i} \begin{bmatrix} iv_{bix} \\ iv_{biy} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$i\mathbf{v}_{2i} = (d_i - e_{p2})i\boldsymbol{\omega}_i \times i\mathbf{s}_i + \dot{d}_i * i\mathbf{s}_i = \frac{1}{d_i} \begin{bmatrix} (d_i - e_{p2})iv_{bix} \\ (d_i - e_{p2})iv_{biy} \\ d_i * iv_{biz} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

jossa  $iv_{bix}$ ,  $iv_{biy}$  ja  $iv_{biz}$  ovat nopeuden  $iv_{bi}$   $x$ -,  $y$ - ja  $z$ -komponentit. [18, s. 430–431]

### 3.1.6 Liikealustan kiihtyvyysanalyysi

Nivelen  $B_i$  kiihtyvyys  $\dot{\mathbf{v}}_{bi}$ , ilmaistuna alustan koordinaatistossa, saadaan derivoimalla yhtälö 32 ajan suhteen

$$\dot{\mathbf{v}}_{bi} = \dot{\mathbf{v}}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i + \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i). \quad (39)$$

Muuntamalla kiihtyvyys  $\dot{\mathbf{v}}_{bi}$  sylinterin  $i$  koordinaatistoon antaa

$$i\dot{\mathbf{v}}_{bi} = i\mathbf{R}_A * \dot{\mathbf{v}}_{bi}. \quad (40)$$

Nivelen  $B_i$  kiihtyvyys voidaan myös ilmaista sylinterin  $i$  kulmakiihtyvyyden avulla derivoimalla yhtälö 34 ajan suhteen

$$i\dot{\mathbf{v}}_{bi} = \ddot{d}_i * i\mathbf{s}_i + d_i * i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times i\mathbf{s}_i + d_i * i\boldsymbol{\omega}_i \times (i\boldsymbol{\omega}_i \times i\mathbf{s}_i) + 2\dot{d}_i * i\boldsymbol{\omega}_i \times i\mathbf{s}_i. \quad (41)$$

Koska sylinterit eivät voi kiertyä pituusakseliensa ympäri, kulmakiihtyvyydelle  $z$ -akselin suhteen pätee  $i\dot{\omega}_{iz} = 0$ . Yhtälön 41 ja vektorin  $i\mathbf{s}_i$  pistetulosta saadaan

$$\ddot{d}_i = i\dot{\mathbf{v}}_{biz} + d_i * i\boldsymbol{\omega}_i^2 = i\dot{\mathbf{v}}_{biz} + \frac{iv_{bix}^2 + iv_{biy}^2}{d_i}. \quad (42)$$

Yhtälön 41 ja vektorin  $i\mathbf{s}_i$  ristitulosta saadaan sylinterin  $i$  kulmakiihtyvyys

$$i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \frac{1}{d_i} i\mathbf{s}_i \times i\dot{\mathbf{v}}_{bi} - \frac{2\dot{d}_i}{d_i} i\boldsymbol{\omega}_i = \frac{1}{d_i} \begin{bmatrix} -i\dot{\mathbf{v}}_{biy} + \frac{2iv_{biz} * iv_{biy}}{d_i} \\ i\dot{\mathbf{v}}_{bix} - \frac{2iv_{biz} * iv_{bix}}{d_i} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

Kun sylinterin  $i$  kulmakiihtyvyys on saatu ratkaistua, sylinteriputken ja männän  $i$  massakeskipisteiden kiihtyvyydet saadaan derivoimalla yhtälöt 37 ja 38 ajan suhteen

$$\dot{\mathbf{v}}_{1i} = \mathbf{e}_{c1} * \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{s}_i + \mathbf{e}_{c1} * i\boldsymbol{\omega}_i \times (i\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i) = \frac{e_{c1}}{d_i} \begin{bmatrix} \dot{v}_{bix} - \frac{2i\dot{v}_{biz} * i\dot{v}_{bix}}{d_i} \\ \dot{v}_{biy} - \frac{2i\dot{v}_{biz} * i\dot{v}_{biy}}{d_i} \\ -\frac{i\dot{v}_{bix}^2 + i\dot{v}_{biy}^2}{d_i} \end{bmatrix}, \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_{2i} &= \ddot{d}_i * \mathbf{s}_i + (d_i - e_{p2})\ddot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{s}_i + (d_i - e_{p2})i\ddot{\boldsymbol{\omega}}_i \times (i\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i) + 2\dot{d}_i * i\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i \\ &= \frac{1}{d_i} \begin{bmatrix} (d_i - e_{p2})\dot{v}_{bix} + \frac{2e_{p2} * i\dot{v}_{biz} * i\dot{v}_{bix}}{d_i} \\ (d_i - e_{p2})\dot{v}_{biy} + \frac{2e_{p2} * i\dot{v}_{biz} * i\dot{v}_{biy}}{d_i} \\ d_i * \dot{v}_{biz} + \frac{e_{p2}(i\dot{v}_{bix}^2 + i\dot{v}_{biy}^2)}{d_i} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (45)$$

jossa  $i\dot{v}_{bix}$ ,  $i\dot{v}_{biy}$  ja  $i\dot{v}_{biz}$  ovat kiihtyvyyden  $i\dot{\mathbf{v}}_{bi}$  x-, y- ja z-komponentit. [18, s. 431–432]

### 3.2 Liikealustan statiikka

Oletetaan, että meillä on kuvan 10 Stewart-Gough liikealusta. Oletetaan, että alustan koordinaatiston  $(x, y, z)$  origo  $O$  sijaitsee alustan massakeskipisteessä. Oletetaan myös, että lavan koordinaatiston  $(u, v, w)$  origo  $P$  sijaitsee lavan massakeskipisteessä. Halutaan ratkaista sylinterivoimat,  $f_1, f_2, \dots, f_6$ , jotka tarvitaan tuottamaan voima  $\mathbf{f}$  ja momentti  $\mathbf{n}$  lavan massakeskipisteessä. [18, s. 284]

Jokaisen prismaattisen nivelen vastavoimia ja -momenteja voidaan pitää sylinterille sisäisinä. Nivelten rakenteiden takia momenteja ei voida siirtää sylintereille. Lisäksi nivelten vastavoimat osoittavat vektoria  $A_i B_i$  pitkin. Tällöin jokaiselle sylinterivoimalle voidaan kirjoittaa

$$\mathbf{f}_i = f_i * \mathbf{s}_i, \quad (46)$$

jossa  $f_i$  ilmaisee sylinterivoiman  $\mathbf{f}_i$  suuruutta. Muodostetaan seuraavaksi lavan voima- ja momenttitasapainoyhtälöt. Summaamalla kaikki lavaan vaikuttavat voimat saadaan

$$\sum_{i=1}^6 f_i * \mathbf{s}_i = \mathbf{f}. \quad (47)$$

Summaamalla kaikki voimien aiheuttamat momentit lavan massakeskipisteen  $P$  suhteen saadaan

$$\sum_{i=1}^6 f_i * \mathbf{b}_i \times \mathbf{s}_i = \mathbf{n}. \quad (48)$$

Yhtälöt 47 ja 48 voidaan kirjoittaa matriisimuodossa

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{b}_1 \times \mathbf{s}_1 & \mathbf{b}_2 \times \mathbf{s}_2 & \cdots & \mathbf{b}_6 \times \mathbf{s}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_6 \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Yhtälössä 49 täytyy huomioida, ettei sillä saada suoraan ratkaistua sylinterivoimia, vaan näiden vastavoimat eli sylinterien kuormavoimat. Sylinterivoimat saadaan ratkaistua yksinkertaisesti ottamalla kyseisten kuormavoimien vastaluvut. Yhtälön 49 matriisi on lavan Jacobin matriisi  $\mathbf{J}$ . [18, s. 284–285]

Tarkastellaan seuraavaksi liikealustan jäykkyyksianalyysia. Oletetaan, että nivelet  $A_i$  ja  $B_i$  ovat jäykkiä. Olkoon  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$  laskettujen sylinterivoimien vektori ja  $\Delta \mathbf{q} = [\Delta q_1, \Delta q_2, \dots, \Delta q_n]^T$  näitä vastaava nivelsiirtymien vektori. Vektoreiden  $\Delta \mathbf{q}$  ja  $\boldsymbol{\tau}$  suhde voidaan esittää diagonaalimatriisin  $\boldsymbol{\chi} = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$  avulla

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\chi} * \Delta \mathbf{q}. \quad (50)$$

Diagonaalimatriisin  $\boldsymbol{\chi}$  elementit ovat sylintereiden jousivakioita. Näiden määrittämisestä enemmän liitteessä A. Rinnakkaisrakenteisen manipulaattorin tapauksessa voidaan nivelsiirtymät  $\Delta \mathbf{q}$  suhteuttaa lavan siirtymiin  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \Psi, \Delta \theta, \Delta \Phi]^T$  lavan Jacobin matriisin  $\mathbf{J}$  avulla

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J} * \Delta \mathbf{x}. \quad (51)$$

Sijoittamalla yhtälö 51 yhtälöön 50 ja tuloksena saatu kaava yhtälöön 49 saadaan

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} * \Delta \mathbf{x}, \quad (52)$$

jossa matriisi  $\mathbf{K} = \mathbf{J}^{T*} \boldsymbol{\chi} * \mathbf{J}$  on rinnakkaisrakenteisen manipulaattorin jäykkyyismatriisi. [18, s. 288–289]



### 3.3 Liikealustan dynamiikka

Lopuksi määritellään liikealustan dynamiikka. Dynaamisten ongelmien ratkaisemiseksi voidaan käyttää useita eri ratkaisumenetelmiä, kuten Newton-Euler menetelmää, Lagrangen liikeyhtälöitä ja virtuaalisen työn periaatetta. Tässä työssä esitellään dynaamisten ongelmien ratkaisemiseksi Newton-Euler menetelmä.

#### 3.3.1 Sylintereiden dynamiikka

Dynaamista analyysia yksinkertaistetaan hajottamalla liikealusta lavaan ja kuuteen sylinteriin. Tavallisen sylinterin vapaakappalekuva näkyy kuvassa 12. Jokaisen sylinterin sylinteriputki ja mäntä yhdistetään alijärjestelmäksi, jolle muodostetaan suoraan dynaamiset yhtälöt. Tällä tavalla sylinteriputken ja männän väliset voimat ja momentit eivät sisälly liikeyhtälöihin. Eulerin liikeyhtälö pisteelle  $A_i$  on

$$i\mathbf{n}_i^A = \frac{d}{dt}(i\mathbf{h}_i^A), \quad (53)$$

jossa  $i\mathbf{n}_i^A$  tarkoittaa sylinteriin  $i$  vaikuttavaa resultanttimomenttia pisteen  $A_i$  suhteen ja  $i\mathbf{h}_i^A$  tarkoittaa sylinteriputken ja männän  $i$  yhdistettyä liikemäärän momenttia saman pisteen suhteen. Kumpikin vektori ilmaistaan sylinterin  $i$  koordinaatistossa. [18, s. 432–433]

Sylinteriputken ja männän  $i$  yhdistetty liikemäärän momentti pisteen  $A_i$  suhteen on

$$i\mathbf{h}_i^A = m_1 * e_{c1}(i\mathbf{s}_i \times i\mathbf{v}_{1i}) + m_2(d_i - e_{p2})(i\mathbf{s}_i \times i\mathbf{v}_{2i}) + i\mathbf{h}_{1i}^C + i\mathbf{h}_{2i}^C, \quad (54)$$

jossa

$$i\mathbf{h}_{1i}^C = i\mathbf{I}_{1i} * i\boldsymbol{\omega}_i, \quad (55)$$

$$i\mathbf{h}_{2i}^C = i\mathbf{I}_{2i} * i\boldsymbol{\omega}_i, \quad (56)$$

ovat sylinteriputken ja männän  $i$  liikemäärien momentit massakeskipisteidensä suhteen, ja  $i\mathbf{I}_{1i}$  ja  $i\mathbf{I}_{2i}$  ovat sylinteriputken ja männän hitausmatriisit massakeskipisteidensä suhteen ilmaistuna sylinterin  $i$  koordinaatistossa. Derivoimalla yhtälöä 54 ajan suhteen saadaan

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(i\mathbf{h}_i^A) &= m_1 * e_{c1}(i\mathbf{s}_i \times i\mathbf{v}_{1i}) + m_2(d_i - e_{p2})(i\mathbf{s}_i \times i\mathbf{v}_{2i}) + i\mathbf{I}_{1i} * i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + i\boldsymbol{\omega}_i \\ &\quad \times (i\mathbf{I}_{1i}i\boldsymbol{\omega}_i) + i\mathbf{I}_{2i} * i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + i\boldsymbol{\omega}_i \times (i\mathbf{I}_{2i}i\boldsymbol{\omega}_i). \end{aligned} \quad (57)$$

Sylinteriin  $i$  vaikuttava ulkoinen momentti pisteen  $A_i$  suhteen johtuu sylinteriputken ja männän massakeskipisteissä vaikuttavista painovoimista ja nivelessä  $B_i$  vaikuttavista vastavoimista. Koska putoamiskiihtyvyys  $\mathbf{g}$  on määritelty alustan koordinaatistossa, se täytyy muuntaa sylinterin koordinaatistoon. Kuvan 12 perusteella vaikuttakoon sylinteri  $i$  lavaan voimalla  $\mathbf{if}_{bi} = [if_{bix}, if_{biy}, if_{biz}]^T$  ja olkoon  $\mathbf{Ag} = [0, 0, -g_c]^T$  putoamiskiihtyvyys. Tällöin sylinterissä  $i$  vaikuttava resultanttimomentti pisteen  $A_i$  suhteen on

$$\begin{aligned} \mathbf{in}_i^A &= d_i * \mathbf{is}_i \times (-\mathbf{if}_{bi}) + [m_1 * e_{c1} + m_2(d_i - e_{p2})](\mathbf{is}_i \times i\mathbf{R}_A * \mathbf{Ag}) \\ &= \begin{bmatrix} d_i * if_{biy} - m_1 * e_{c1} * g_c * s\Psi_i - m_2(d_i - e_{p2})g_c * s\Psi_i \\ -d_i * if_{bix} + m_1 * e_{c1} * g_c * c\Psi_i s\theta_i + m_2(d_i - e_{p2})g_c * c\Psi_i s\theta_i \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (58)$$

Sylinterin  $i$  dynaamiset liikeyhtälöt saadaan lisäämällä yhtälöt 57 ja 58 yhtälöön 53. Ottamalla huomioon, että kaikki inertiatulot ovat nollia,  $\mathbf{I}_{iz}$  on häviävän pieni ja kulmanopeus  $z$ -akselin suhteen on nolla eli  $i\omega_{iz} = 0$ , saadaan

$$\begin{aligned} if_{bix} &= \frac{1}{d_i} [m_1 * e_{c1} * g_c * c\Psi_i s\theta_i + m_2(d_i - e_{p2})g_c * c\Psi_i s\theta_i - m_1 * e_{c1} * v_{1ix} \\ &\quad - m_2(d_i - e_{p2})v_{2ix} - I_{1iy} * \omega_{iy} - I_{2iy} * \omega_{iy}], \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} if_{biy} &= \frac{1}{d_i} [m_1 * e_{c1} * g_c * s\Psi_i + m_2(d_i - e_{p2})g_c * s\Psi_i - m_1 * e_{c1} * v_{1iy} \\ &\quad - m_2(d_i - e_{p2})v_{2iy} + I_{1ix} * \omega_{ix} + I_{2ix} * \omega_{ix}], \end{aligned} \quad (60)$$

jossa  $I_{jix}$  ja  $I_{jiy}$  tarkoittavat sylinteriputken ( $j = 1$ ) ja männän ( $j = 2$ ) päähitausmomenttien  $x$ - ja  $y$ -komponentteja massakeskipisteidensä suhteen ilmaistuna sylinterin  $i$  koordinaatistossa ja  $m_j$  sylinteriputken ja männän massoja. [18, s. 433–434]

### 3.3.2 Lavan dynamiikka

Tässä kappaleessa muodostetaan lavan dynaamiset liikeyhtälöt. Kyseiset yhtälöt ilmaistaan joko alustan tai lavan koordinaatistossa. Edellisessä kappaleessa määritellyt reaktiovoimat  $\mathbf{if}_{bi}$  on ilmaistu sylinterin  $i$  koordinaatistossa, joten ne täytyy muuntaa alustan tai lavan koordinaatistoon ennen kuin ne lisätään liikeyhtälöihin. [18, s. 434]

Muodostetaan ensiksi lavalle Newtonin liikeyhtälö ja ilmaistaan saatu yhtälö alustan koordinaatistossa

$$\sum_{i=1}^6 A\mathbf{f}_{bi} + m_p * \mathbf{Ag} = m_p * A\dot{\mathbf{v}}_p, \quad (61)$$

missä

$$A\mathbf{f}_{bi} = A\mathbf{R}_i * i\mathbf{f}_{bi} \quad (62)$$

tarkoittaa sylinterin  $i$  lavaan aiheuttamia vastavoimia nivelessä  $B_i$  ilmaistuna alustan koordinaatistossa,  $A\dot{\mathbf{v}}_p$  lavan translaatiokiihtyvyyttä alustan koordinaatistossa ja  $m_p$  lavan massaa. Sijoittamalla yhtälö 23 yhtälöön 62 ja tuloksena saatu kaava yhtälöön 61 saadaan

$$\sum_{i=1}^6 (if_{bix} * c\theta_i + if_{biz} * s\theta_i) = m_p * \dot{v}_{px}, \quad (63)$$

$$\sum_{i=1}^6 (if_{bix} * s\Psi_i s\theta_i + if_{biy} * c\Psi_i - if_{biz} * s\Psi_i c\theta_i) = m_p * \dot{v}_{py}, \quad (64)$$

$$\sum_{i=1}^6 (-if_{bix} * c\Psi_i s\theta_i + if_{biy} * s\Psi_i + if_{biz} * c\Psi_i c\theta_i) = m_p * \dot{v}_{pz} + m_p * g_c, \quad (65)$$

missä  $if_{bix}$ ,  $if_{biy}$  ja  $if_{biz}$  ovat voiman  $i\mathbf{f}_{bi}$   $x$ -,  $y$ - ja  $z$ -komponentit, ja  $\dot{v}_{px}$ ,  $\dot{v}_{py}$  ja  $\dot{v}_{pz}$  ovat lavan translaatiokiihtyvyyden  $\dot{\mathbf{v}}_p$   $x$ -,  $y$ - ja  $z$ -komponentit. Resultanttimomentti  $B\mathbf{n}_p$  lavan massakeskipisteen suhteen ja ilmaistuna lavan koordinaatistossa on

$$B\mathbf{n}_p = \sum_{i=1}^6 B\mathbf{b}_i \times B\mathbf{f}_{bi} + \mathbf{t}, \quad (66)$$

missä

$$B\mathbf{f}_{bi} = B\mathbf{R}_A * A\mathbf{f}_{bi} = B\mathbf{R}_i * i\mathbf{f}_{bi} \quad (67)$$

tarkoittaa sylinterin  $i$  ja lavan välisiä tukivoimia nivelessä  $B_i$  ilmaistuna lavan koordinaatistossa,  $B\mathbf{R}_i = A\mathbf{R}_B^{T*} A\mathbf{R}_i$  on muunnos sylinterin  $i$  koordinaatistosta lavan koordinaatistoon ja  $\mathbf{t}$  on liikealustaa kuormittavien ulkoisten momenttien vektori. [17, s. 30; 18, s. 434–435]

Oletetaan, että  $u$ ,  $v$  ja  $w$  ovat lavan pääakselit, jolloin sijoittamalla yhtälö 66 Eulerin liikeyhtälöön 104 (näistä hieman tarkemmin liitteessä B) ja käyttämällä hyödyksi tosi-asiaa, että kaikki inertiaatulot ovat nollia, ja  $I_{pu} = I_{pv}$ , saadaan

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^6 (Bb_{iv}BR_{i13} - Bb_{iw}BR_{i21})if_{bix} + (Bb_{iv}BR_{i32} - Bb_{iw}BR_{i22})if_{biy} \\ & + (Bb_{iv}BR_{i33} - Bb_{iw}BR_{i23})if_{biz} + t_u \\ & = I_{pu}B\dot{\omega}_{pu} - B\omega_{pv}B\omega_{pw}(I_{pv} - I_{pw}), \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^6 (Bb_{iw}BR_{i11} - Bb_{iu}BR_{i31})if_{bix} + (Bb_{iw}BR_{i12} - Bb_{iu}BR_{i32})if_{biy} \\ & + (Bb_{iw}BR_{i13} - Bb_{iu}BR_{i33})if_{biz} + t_v \\ & = I_{pv}B\dot{\omega}_{pv} - B\omega_{pw}B\omega_{pu}(I_{pw} - I_{pu}), \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^6 (Bb_{iu}BR_{i21} - Bb_{iv}BR_{i11})if_{bix} + (Bb_{iu}BR_{i22} - Bb_{iv}BR_{i12})if_{biy} \\ & + (Bb_{iu}BR_{i23} - Bb_{iv}BR_{i13})if_{biz} + t_w \\ & = I_{pw}B\dot{\omega}_{pw}, \end{aligned} \quad (70)$$

missä  $BR_{ijk}$  on matriisin  $BR_i$  ( $j$ ,  $k$ )-elementti,  $B\omega_p = [\omega_{pu}, \omega_{pv}, \omega_{pw}]^T$  on lavan kulmanopeus ilmaistuna lavan koordinaatistossa ja  $I_{pu}$ ,  $I_{pv}$  ja  $I_{pw}$  ovat lavan päähitausmomentin  $u$ -,  $v$ - ja  $w$ -komponentit lavan massakeskipisteen suhteen ilmaistuna lavan koordinaatistossa. [18, s. 435] Yhtälöt 63–65 ja 68–70 voidaan järjestää uudelleen ja esittää matriisimuodossa

$$\mathbf{B} * if_{biz} = \mathbf{S}, \quad (71)$$

jossa  $\mathbf{B}$  on  $6 \times 6$  -matriisi, jonka elementit ovat yhtälöissä 63–65 ja 68–70 esiintyvän voiman  $if_{biz}$  kertoimia,  $\mathbf{S}$  on vektori, jonka elementit ovat yhtälöissä 63–65 ja 68–70 esiintyvien muiden komponenttien summia. Yhtälöstä 71 ratkaistaan  $if_{biz}$ ,

Kun nivelissä vaikuttavat vastavoimat on saatu ratkaistua, saadaan sylinterivoima  $\tau_i$  ratkaistua summaamalla kaikki sylinteriin  $i$   $z_i$ -akselia pitkin vaikuttavat voimat

$$\tau_i = if_{biz} + m_2 * g_c * c\theta_i + m_2 * v\dot{v}_{2iz}. \quad (72)$$

### 3.3.3 Newton-Euler menetelmä

Käänteisessä dynamiikassa annetusta lavan kiihtyvyydestä ratkaistaan sylinterivoimat. Stewart-Gough liikealustan käänteisen dynamiikan käsittelyjärjestys voidaan esittää seitsemän kohdan yhteenvedona:

1. Alusta lavan asema ja orientaatio.
2. Laske annetusta kiihtyvyydestä lavan asema, orientaatio ja nopeus ajanhetkellä  $t + \Delta t$ . Esimerkiksi

$$v_{px} = v_{px}(t + \Delta t) + v_{px0} \quad (73)$$

$$x_p = x_{p0} + v_{px0}(t + \Delta t) + \frac{1}{2} v_{px}(t + \Delta t)^2 \quad (74)$$

3. Laske jokaisen sylinterin asema, nopeus ja kiihtyvyys, kun  $i = 1, 2, \dots, 6$ . Toisin sanoen laske
  - a.  $\mathbf{b}_i = \mathbf{A}\mathbf{R}_B^* \mathbf{B}\mathbf{b}_i$ .
  - b.  $d_i$  ja  $\mathbf{s}_i$  yhtälöistä 9 ja 22.
  - c.  $s\theta_i, c\theta_i, s\Psi_i, c\Psi_i$  ja  $\mathbf{A}\mathbf{R}_i$  yhtälöistä 23 ja 26.
  - d.  $\mathbf{v}_{bi}$  ja  $i\mathbf{v}_{bi}$  yhtälöistä 32 ja 33.
  - e.  $i\boldsymbol{\omega}_i$  yhtälöstä 36.
  - f.  $\dot{\mathbf{v}}_{bi}$  ja  $i\dot{\mathbf{v}}_{bi}$  yhtälöistä 39 ja 40.
  - g.  $i\boldsymbol{\omega}_i$  yhtälöstä 43.
  - h.  $i\dot{\mathbf{v}}_{li}$  ja  $i\dot{\mathbf{v}}_{2i}$  yhtälöistä 44 ja 45.
4. Hajota liikealusta lavaan ja sylintereihin leikkaamalla auki alustan nivelistä. Lisää sopivat voimat ja vastavoimat lavan ja sylintereiden välisiin kiinnityskohtiin.
5. Tarkastele jokaista sylinteriä alijärjestelmänä ja muodosta Eulerin liikeyhtälöt jokaiselle sylinterille. Toisin sanoen ratkaise  $if_{bix}$  ja  $if_{biy}$  yhtälöistä 59 ja 60.
6. Ratkaise loput reaktiovoimat muodostamalla lavan Newtonin ja Eulerin liikeyhtälöt. Toisien sanoen ratkaise  $if_{biz}$  yhtälöistä 63–65 ja 68–70, kun  $i = 1, 2, \dots, 6$ .
7. Ratkaise sylinterivoimat  $\tau_i$  yhtälöstä 72.

[17, s. 27–28; 18, s. 436–437]

## 4 LIIKEALUSTAN SYLINTERIEN MITOITUS

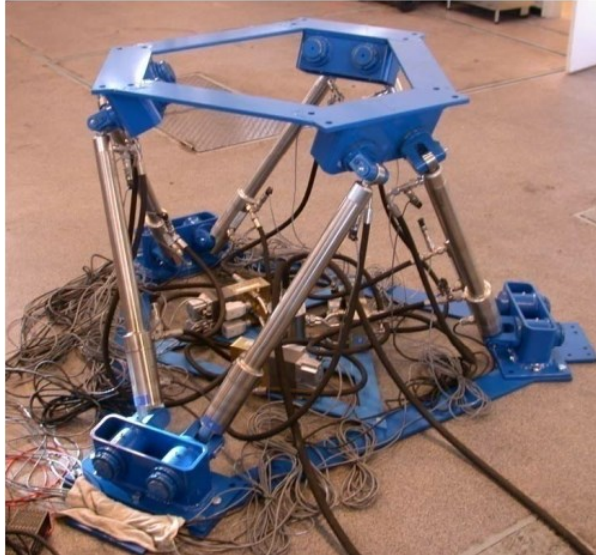
Tässä kappaleessa käydään läpi liikealustan sylintereiden mitoitus. Mitoitus alkaa ratkaisemalla liikealustan staattiset kuormitukset, jonka jälkeen ratkaistaan näistä aiheutuvat staattiset sylinterivoimat. Tämän jälkeen tutkitaan näistä voimista liikealustan sylintereihin aiheutuvat jännitykset ja kestävätkö jo käytössä olevat sylinterit kyseiset sylinterivoimat nurjahtamatta. Jos kestävät, selvitetään seuraavaksi dynaamiset sylinterivoimat ja kestävätkö sylinterit niitä. Jos käy ilmi, että liikealustan sylinterit eivät kestä staattisia tai dynaamisia voimia, mitoitetaan uudet sylinterit.

### 4.1 Lähtökohta

TTY:n IHA-laitoksella on kuvan 13 Stewart-Gough liikealusta, jota käytettiin apuvälineenä venttiilien ominaisuuksien, säätöalgoritmien ja sylinterien synkronoinnin tutkimiseen. Tutkimus oli osa KITARA-projektia, jonka tavoitteina oli tutkia ja kehittää vesihydraulisia mobilekoneita ja niiden älykästä kunnonvalvontaa. Liikealustan hydraulijärjestelmän väliaineena käytetään siis vettä. Liikealustassa on seuraavat hydraulikomponentit:

- 6 kpl SSH AQ70S 40/25-400 vesihydrauliikan sylinteriä, käyttöpaine 7,0 MPa ja maksimipaine 14,0 MPa
- 6 kpl proportionaaliventtiiliä
- Fenner-koneikko, 90 l/min, 14,0 MPa.

Kuvan 13 nykyisen liikealustan hydraulijärjestelmää voidaan siis käyttää vain 7,0 MPa paineessa. Liikealustan mekaniikka on valmistettu itse. Ohjausmalli on tehty Simulink-ohjelmalla ja alustan ohjaus tapahtuu xPC Target -ohjausjärjestelmän välityksellä. [19; 20]



**Kuva 13.** IHA-laitoksen Stewart-Gough liikealusta [19].

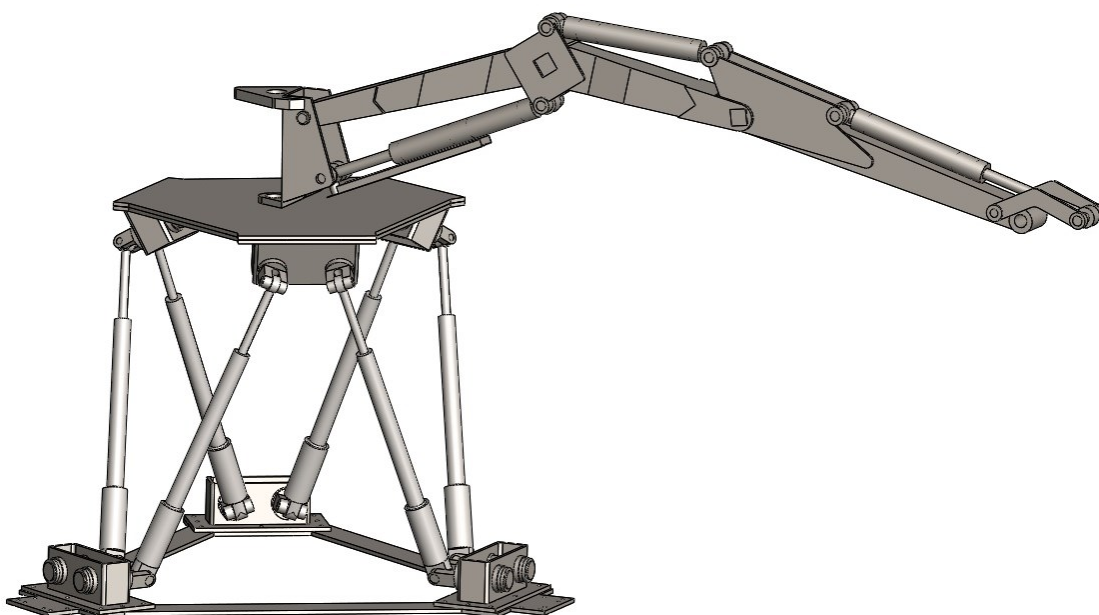
IHA-laitoksen aikeena on kytkeä liikealustaan kuvan 14 Avant Tecno -yhtiön 210-mallin kaivuri puomi. Kaivuri puomi irrotetaan rungostaan ja se kiinnitetään kääntörungosta liikealustaan. Lisäksi kaivurista poistetaan kauha ja sen tilalle puomiin kiinnitetään painoja, jotka simuloivat nostettavaa taakkaa. Avant ilmoittaa kotisivuillaan kaivurin maksimi kaivusyvyydeksi 210 cm ja sen painoksi 230 kg [21]. Liitteessä C on kaivurin räjähdyskuva ja tuoteluettelo [22].



**Kuva 14.** Avant Tecno -yhtiön 210-mallin kaivuri [21].

## 4.2 3D-mallit

Liikealustan suunnittelu lähti liikkeelle liikealustan ja kaivurin 3D-mallintamisesta. Laitteiden 3D-mallit tehtiin Solidworks-ohjelman 2013-versiolla. Kummastakaan koneesta ei ollut saatavilla työkuvia, joten ne jouduttiin mittaamaan käsin. Lisäksi kummankaan laitteen kaikkien osien materiaaleja ei tiedetty tarkasti. Solidworks-ohjelman materiaalikirjastosta löytyy ASTM-standardin A36-teräs. A36 on yleinen rakenneteräs, jota käytetään muun muassa silloissa ja öljynporauslautoissa [23]. Tästä johtuen päätettiin koko kaivurin materiaaliksi laittaa A36-teräs. Myös liikealustan materiaaliksi laitettiin kokonaan A36-teräs lukuun ottamatta sylintereitä. Sylinterien valmistaja, SSH Stainless a/s, ilmoittaa kotisivuillaan sylinteriputken olevan ruostumatonta terästä 1.4301 ja männän joko 1.4301 tai 1.4460 [20]. Koska männän materiaali ei ollut tiedossa, oletettiin myös männän materiaalin olevan 1.4301. Solidworks-ohjelman materiaalikirjastosta löytyy AISI-standardin 304-teräs, joka vastaa 1.4301 ruostumatonta terästä, eli männän ja sylinteriputken materiaaleiksi laitettiin AISI 304 -teräs [24]. Kuvassa 15 on tässä työssä mallinnettu 3D-malli kaivuri puomista liikealustan päällä.



**Kuva 15.** Liikealustan ja kaivurin 3D-mallit.

Kun 3D-malli oli valmis, selvitettiin kaivurin osien massat. Kaivuri jaettiin kolmeen osaan: kääntörunkoon, nostopuomiin ja tämän sylintereihin sekä kaivupuomiin ja puomin sylinteriin. Solidworks-ohjelman vaimennustoimintoa (suppress) käyttämällä kaksi muuta osaa häivytettiin sen ajaksi, kun kolmannen osan massa ja massakeskipisteen paikka määriteltiin. Solidworks laski kääntörungon massaksi 19,7 kg, nostopuomin 132 kg ja kaivupuomin 90,5 kg. Kaivurin massa on siis yhteensä 242,2 kg. Valmistaja ilmoittaa kaivurin massaksi kuitenkin 230 kg [21]. Tästä johtuen päätettiin nostopuomin ja kaivupuomin massoja pienentää, molempia tasaisesti, jotta kaivurin massa olisi 230

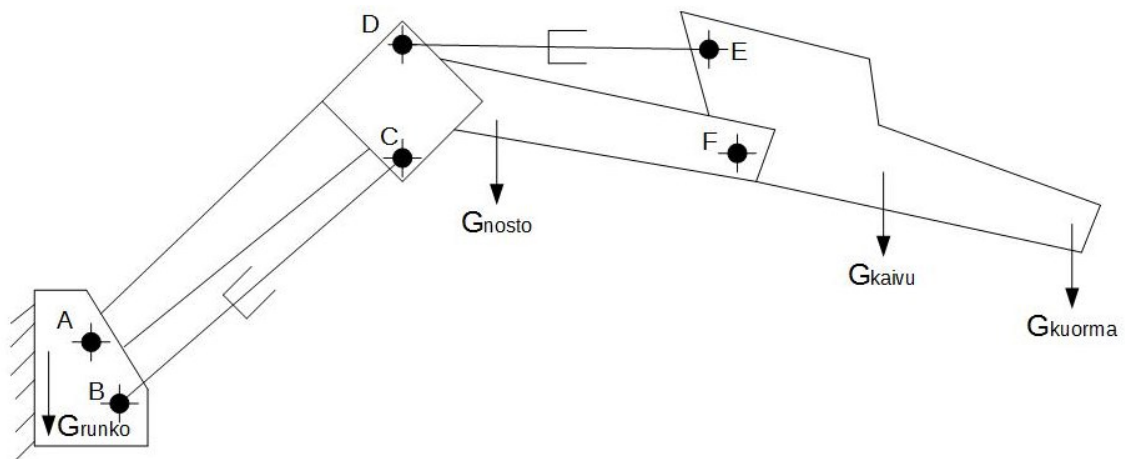


kg. Kääntörungon massaksi asetettiin 20 kg, nostopuomin 124,6 kg ja kaivupuomin 85,4 kg. Todellisuudessa kaivuri painaa vähemmän kuin 230 kg, sillä siitä tullaan poistamaan osia. Kaivurin kuorman arvioitiin olevan 100 kg. Tähän massaan sisältyy myös kauhan massa.

### 4.3 Liikealustan kuormat

Kun 3D-malli oli saatu valmiiksi, ratkaistiin seuraavaksi kaivurin ja tämän kuorman liikealustaan aiheuttamat voimat ja momentit. Kaivurin malli aseteltiin niin, että kaivurien osien massakeskipisteet olisivat mahdollisimman kaukana lavan massakeskipisteestä. Tällöin myös liikealustaa kuormittava momentti olisi suurimmillaan.

Tässä kohtaa käydään läpi kaivurin statiikka kuormavoimien selvittämiseksi. Kaivuri jaetaan viiteen osaan: kääntörunkoon, nostopuomiin, nostopuomin alempaan ja ylemmän sylinteriin sekä kaivupuomiin. Kaivupuomin sylinteristä huomioidaan vain sen massa, joka lisätään kaivupuomin massa. Kuvassa 16 on yksinkertaistettu esitys kaivurista sekä sen tuista ja osien painoista.



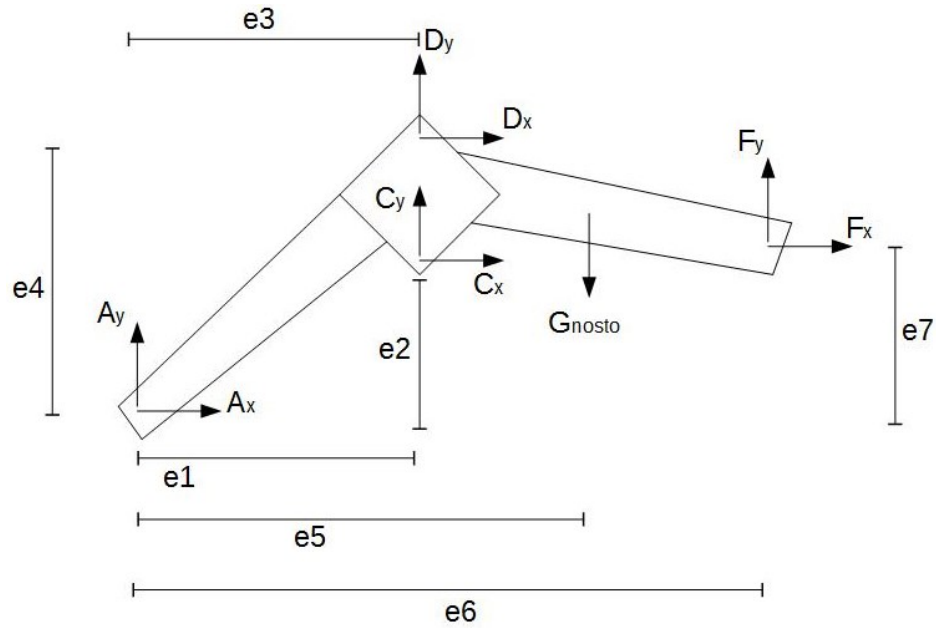
**Kuva 16.** Yksinkertaistettu esitys kaivurista.

Kaivurin kuorman ja osien painot saadaan ratkaistua yhtälöstä 75 [25, s. 98]

$$G = m * g, \quad (75)$$

jossa  $m$  on kaivurin kuorman tai osan massa ja  $g$  putoamiskiihtyvyys.

Kuvassa 17 on nostopuomin vapaakappalekuva. Kuvaan on merkitty puomin nivelien tukivoimat sekä nostopuomin paino. Nostopuomin massa on sisällytetty puomin kummankin sylinterin massat.



**Kuva 17.** Nostopuomin vapaakappalekuva.

Nostopuomin tasapainoyhtälöt [25, s. 128] pysty- ja vaakasuunnassa sekä momenttina nivelen A ympäri ovat

$$\uparrow: A_y + D_y + C_y + F_y - G_{nosto} = 0,$$

$$\rightarrow: A_x + D_x + C_x + F_x = 0,$$

$$\curvearrowright A: C_y * e_1 - C_x * e_2 + D_y * e_3 - D_x * e_4 - G_{nosto} * e_5 + F_y * e_6 - F_x * e_7 = 0. \quad (76)$$

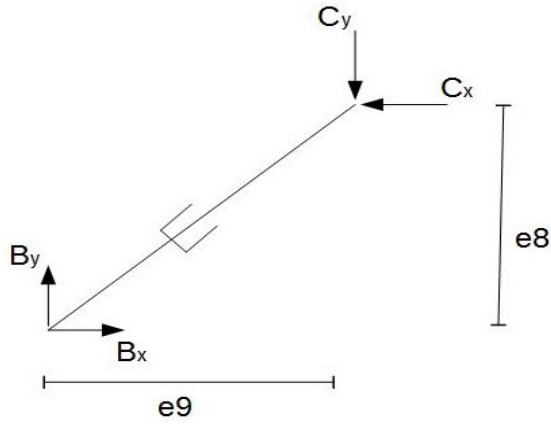
Momenttiyhtälössä esiintyvät muuttujat  $e_i$  ovat voimien momenttivarsia.

Kuvassa 18 on nostopuomin alemman sylinterin vapaakappalekuva. Koska sylinterin massa on jo sisällytetty nostopuomin massaan, jätetään sylinterin paino huomioimatta. Nostopuomin alemman sylinterin tasapainoyhtälöt [25, s. 128] ovat

$$\uparrow: -C_y + B_y = 0,$$

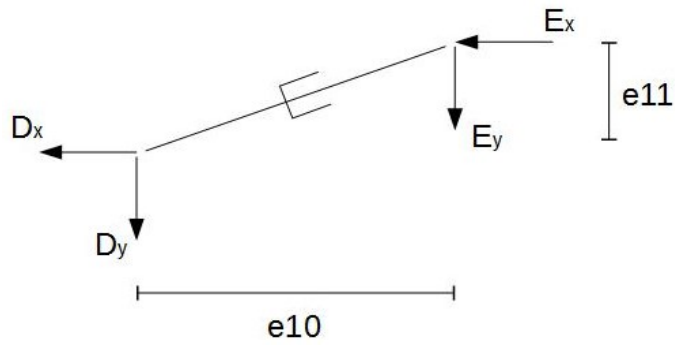
$$\rightarrow: -C_x + B_x = 0,$$

$$\curvearrowright B: C_x * e_8 - C_y * e_9 = 0. \quad (77)$$



**Kuva 18.** Nostopuomin alemman sylinterin vapaakappalekuva.

Kuvassa 19 on nostopuomin ylemmän sylinterin vapaakappalekuva. Myös tämän sylinterin paino jätetään huomioimatta, koska sen massa on jo sisällytetty nostopuomin massaan.



**Kuva 19.** Nostopuomin ylemmän sylinterin vapaakappalekuva.

Nostopuomin ylemmän sylinterin tasapainoyhtälöt [25, s. 128] ovat

$$\rightarrow: -D_x - E_x = 0,$$

$$\uparrow: -D_y - E_y = 0,$$

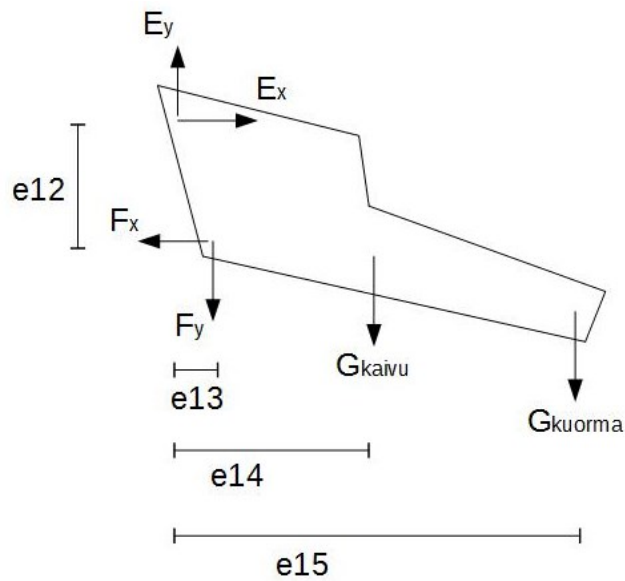
$$\cup D: E_x * e_{11} - E_y * e_{10} = 0. \quad (78)$$

Kuvassa 20 on kaivupuomin vapaakappalekuva. Kaivupuomin tasapainoyhtälöt [25, s. 128] ovat

$$\uparrow: E_y - F_y - G_{kaivu} - G_{kuorma} = 0$$

$$\rightarrow: -F_x + E_x = 0$$

$$\cup E: -F_x * e_{12} - F_y * e_{13} - G_{kaivu} * e_{14} - G_{kuorma} * e_{15} = 0. \quad (79)$$



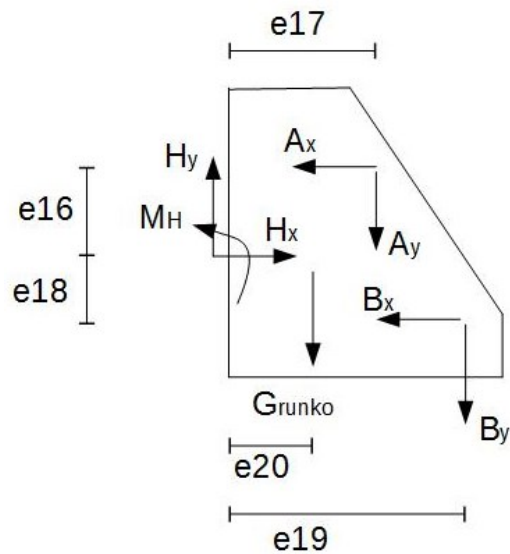
**Kuva 20.** Kaivupuomin vapaakappalekuva.

Kuvassa 21 on kääntörungon vapaakappalekuva. Kääntörungon tasapainoyhtälöt [25, s. 128] ovat

$$\uparrow: -A_y - B_y + H_y - G_{runko} = 0$$

$$\rightarrow: H_x - A_x - B_x = 0$$

$$\curvearrow H: A_x * e_{14} - A_y * e_{15} - B_x * e_{16} - B_y * e_{17} - G_{runko} * e_{18} + M_H = 0. \quad (80)$$



**Kuva 21.** Kääntörungon vapaakappalekuva.

Momenttivarret  $e_i$  saatiin kaivurin 3D-mallista mittaamalla. Kyseiset etäisyydet on koottu taulukkoon 1. Taulukkoon 2 on koottu kaivurin osien massat.

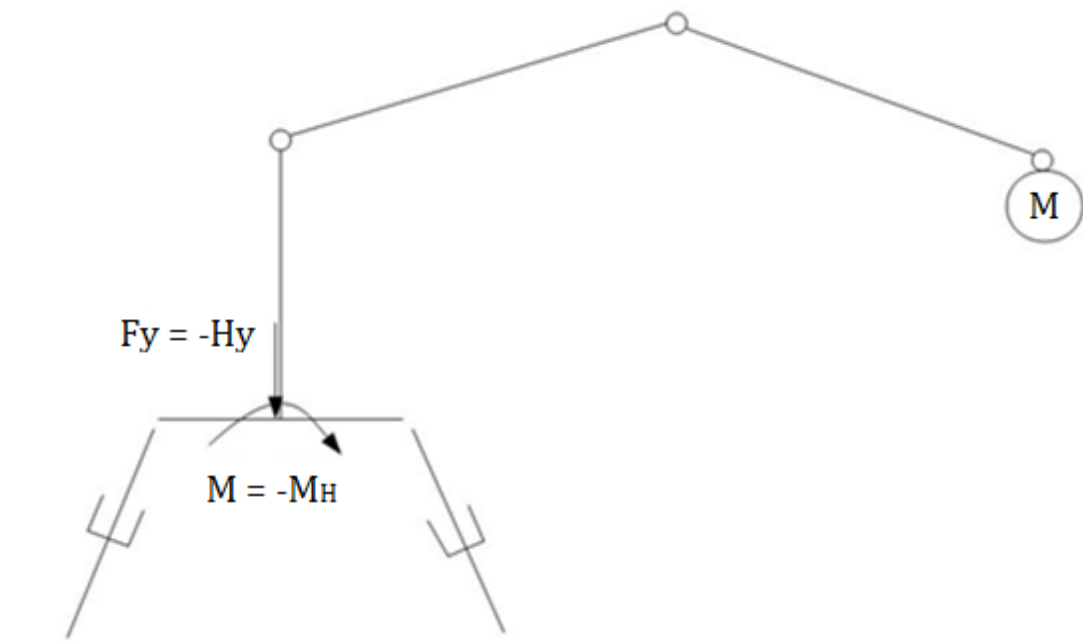
**Taulukko 1.** Tukivoimien ja painojen momenttivarret.

<b>e1</b>	0,76 m	<b>e11</b>	0 m
<b>e2</b>	0,1 m	<b>e12</b>	0,17 m
<b>e3</b>	0,17 m	<b>e13</b>	0,1 m
<b>e4</b>	0,34 m	<b>e14</b>	0,5 m
<b>e5</b>	0,7 m	<b>e15</b>	1,01 m
<b>e6</b>	1,4 m	<b>e16</b>	0,12 m
<b>e7</b>	0,13 m	<b>e17</b>	0,07 m
<b>e8</b>	0,28 m	<b>e18</b>	0,06 m
<b>e9</b>	0,7 m	<b>e19</b>	0,125 m
<b>e10</b>	0,53 m	<b>e20</b>	0 m

**Taulukko 2.** Kaivurin osien ja kuorman massat.

<b>Kaivurin osa</b>	<b>Massa [kg]</b>
Kääntörunko	20
Nostopuomi	124,6
Kaivupuomi	85,4
Kuorma	100

Käyttämällä taulukkojen 1 ja 2 arvoja sekä tasapainoyhtälöitä 76–80 saatiin ratkaistua liikealustaa kuormittavat voimat ja momentit. Kaivurin mallin asentoa muuttamalla haettiin taulukon 1 momenttivarsille sellaiset arvot, että liikealustaa kuormittavat voimat ja momentit olisivat mahdollisimman suuret. Laskentaan käytettiin Matcad-laskentaohjelmaa. Lopulta tukivoiman  $H_x$  arvoksi tuli 0 N, tukivoiman  $H_y$  3 236 N ja tukimomentin  $M_H$  5 082 Nm. Liitteestä D löytyvät tasapainoyhtälöiden laskukaavat. Liikealustan kuormitusta vastaa kuvan 22 tilanne.

**Kuva 22.** Liikealustan kuormitustilanne.

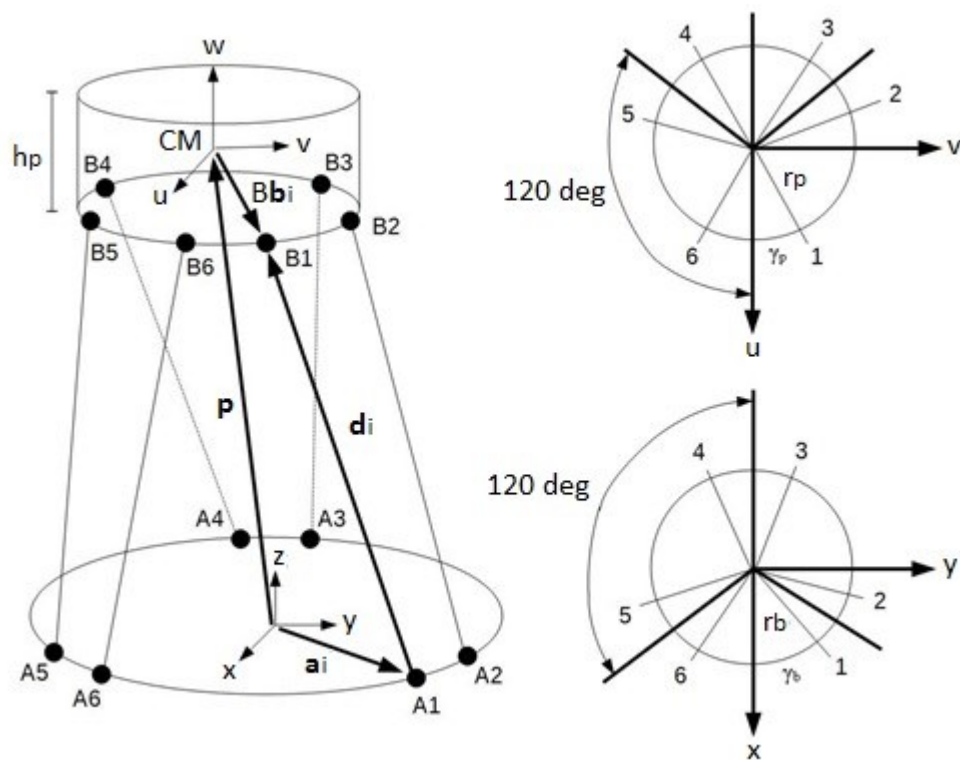
Voima  $F_y$  on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin tukivoima  $H_y$ , mutta vastakkaisuuntainen. Voima  $F_y$  on myös yhtä suuri kuin kaivurin osien ja kuorman painot yhteensä. Näin ollen voima  $F_y$  voidaan korvata lisäämällä lavan massa kaivurin osien ja kuorman massat. Momentti  $M$  on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin tukimomentti  $M_H$ , mutta vastakkaisuuntainen. Kuormamomentin arvoksi päätettiin laittaa 5100 Nm.

#### 4.4 Liikealustan nykyisten sylinterien tarkastelu

Kun kuormavoimat ja -momentti oli ratkaistu, alettiin tarkastelemaan käytössä olevien liikealustan vesihydraulisten sylinterien kestävyyttä. Tässä kappaleessa käydään läpi staattisten sylinterivoimien ratkaiseminen sekä liikealustan sylintereiden jännitys- ja nurjahdustarkastelu.

##### 4.4.1 Staattiset sylinterivoimat

Kun liikealustan kuormitus oli selvitetty, siirryttiin ratkaisemaan sylinterivoimia. Ensimmäiseksi laskettiin arvot staattisille sylinterivoimille. Liikealustan lava oletetaan olevan sylinterimäinen. Liikealustan 3D-mallista mitattiin alustan ja lavan säteet ( $r_b$  ja  $r_p$ ) sekä lavan korkeus ( $h_p$ ), ja näille annettiin ”keskimääräiset” arvot. Myös sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat ( $\gamma_p$  ja  $\gamma_b$ ) mitattiin. Kyseiset kulmat ja mitat löytyvät taulukosta 3 ja kuvasta 23.

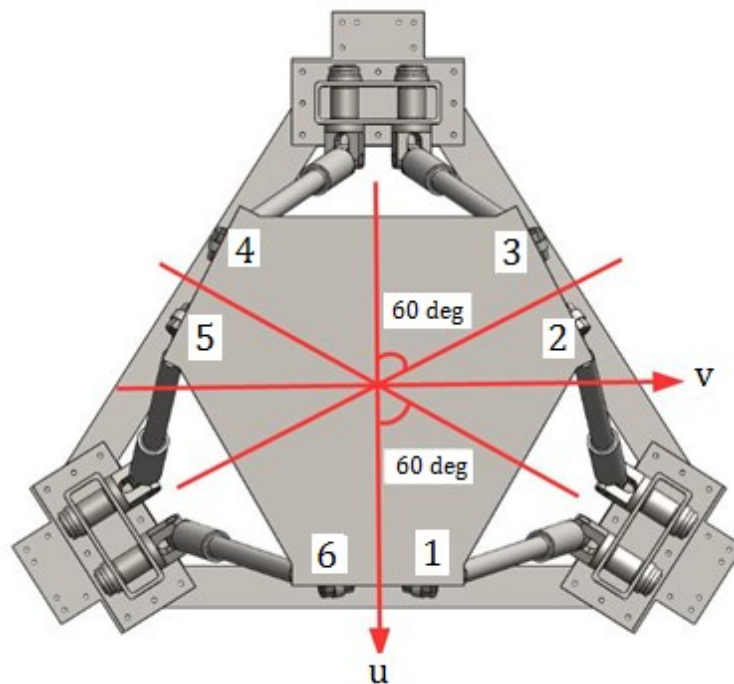


Kuva 23. Liikealustan mitat ja kulmat, perustuu lähteeseen [17, s. 14].

**Taulukko 3.** Sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat sekä lavan säde ja korkeus ja alustan säde.

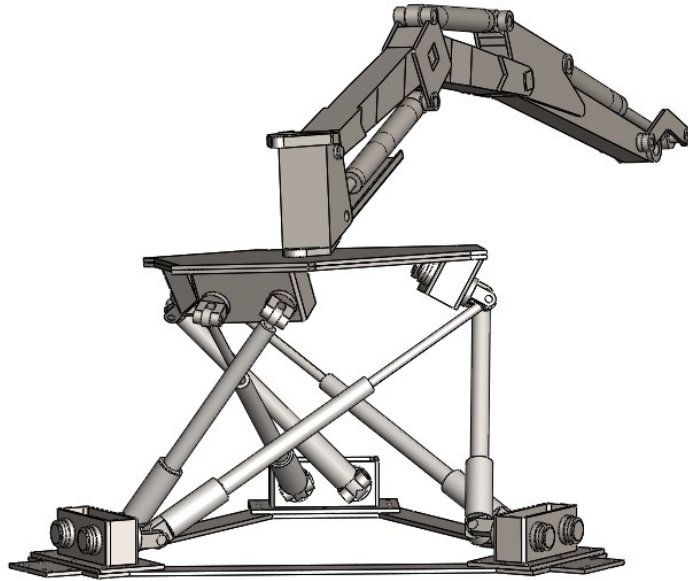
$i$	$\gamma_{pi}$	$\gamma_{bi}$	Säteet ja korkeus	Mitat [m]
1	$\gamma_{pi} = 10.1^\circ$	$\gamma_{bi} = 53.4^\circ$	$r_b$	0,585
2	$120^\circ - \gamma_{pi}$	$120^\circ - \gamma_{bi}$	$r_p$	0,506
3	$120^\circ + \gamma_{pi}$	$120^\circ + \gamma_{bi}$	$h_p$	0,125
4	$-120^\circ - \gamma_{pi}$	$-120^\circ - \gamma_{bi}$		
5	$-120^\circ + \gamma_{pi}$	$-120^\circ + \gamma_{bi}$		
6	$-\gamma_{pi}$	$-\gamma_{bi}$		

Kuten kaavasta 49 käy ilmi, sylinterivoimat riippuvat sekä liikealustan kuormasta että lavan asemasta ja orientaatiosta. Tästä johtuen liikealustan sylinterien 3D-malleille annettiin erilaisia iskun arvoja, joilla lava saatiin erilaisiin ääriasentoihin. Iskujen avulla laskettiin suoralla kinematiikalla lavan asema ja orientaatio. Asemaa ja orientaatiota käyttämällä voitiin ratkaista staattiset sylinterivoimat. Sylinterivoimiin vaikuttaa myös se, mihin suuntaan kaivuri osoittaa, tai toisin sanoen, minkä akselin/akselien suhteen kuormamomentti vaikuttaa. Sylinterivoimat laskettiin tilanteissa, joissa kaivuri osoitti vuorotellen lavan akselien positiivisiin ja negatiivisiin suuntiin sekä sylinterien lavan päiden väliin. Kuvaan 24 on merkitty punaisilla akseleilla kaivurin suunnat, akselien väliset kulmat, joita avulla ratkaistaan momenttivektorin suunta, ja sylinterien numerot. Momenttivektorin suunta saadaan niin sanotulla oikean käden kiertosäännöllä, jonka mukaan, kun asetetaan oikean käden sormet osoittamaan kiertosuuntaan, niin peukalo osoittaa momenttivektorin suuntaan [25, s. 30].



**Kuva 24.** Kaivurin osoittamat suunnat ja sylinterien numerot.

Liikealustan lava asetettiin useisiin eri ääriasentoihin. Tässä näytetään vain se lavan asema ja orientaatio, jossa lasketut kuormavoimat olivat suurimmillaan. Kuvassa 25 on kyseinen lavan asento. Taulukossa 4 on lavan asema ja orientaatio ja taulukosta 5 löytyvät kyseisessä asennossa lasketut staattiset sylinterivoimat, jotka laskettiin kaavalla 49. Taulukon 5 Suunta-sarake kertoo, minkä akselien suuntaan tai väliin kaivuri osoittaa kuvan 24 mukaisesti. Kaavasta 49 täytyy huomata, että se laskee sylinterien staattiset kuormavoimat. Sylinterivoimat ovat suoraan näiden kuormavöimien vastalukuja.



**Kuva 25.** Lavan asento, jossa sylinterivoimat ovat suurimmillaan.

**Taulukko 4.** Kuvan 25 lavan asema ja orientaatio.

	Lavan asema ja orientaatio
x [m]	0
y [m]	0
z [m]	0,8383
$\Psi$ [°]	0
$\theta$ [°]	0
$\Phi$ [°]	64,4456

**Taulukko 5.** Kuvan 25 lavan asennossa lasketut staattiset sylinterivoimat.

	Sylinterivoimat [N]					
Suunta	f1	f2	f3	f4	f5	f6
+u	<b>9150</b>	-2376	-1925	2324	-2735	-370
-u	-6157	2095	4918	-2605	5728	88
+v	1029	-1696	8358	-1299	-4897	2573
-v	1964	1414	-5365	1018	7890	-2854
+u ja +v	4918	-2605	5728	88	-6157	2095
-u ja +v	-2735	-3698	<b>9150</b>	-2376	-1925	2324
-u ja -v	-1925	2324	-2735	-370	<b>9150</b>	-2376
+u ja -v	5728	88	-6157	2095	4918	-2605



Taulukon 5 arvojen mukaan suurin kuormavoima on noin 9 150 N. Sylintereiden staattisena kuormana nurjahdus- ja jännitystarkasteluissa päätettiin käyttää 9 500 N voimaa. Muissa asennoissa kuormavoimat saivat arvoja väliltä -8000...+8000 N. Liitteessä E on suoran kinematiikan algoritmi, liitteessä F käänteisen kinematiikan algoritmi ja liitteessä G staattisten sylinterivoimien laskemiseen käytetty algoritmi.

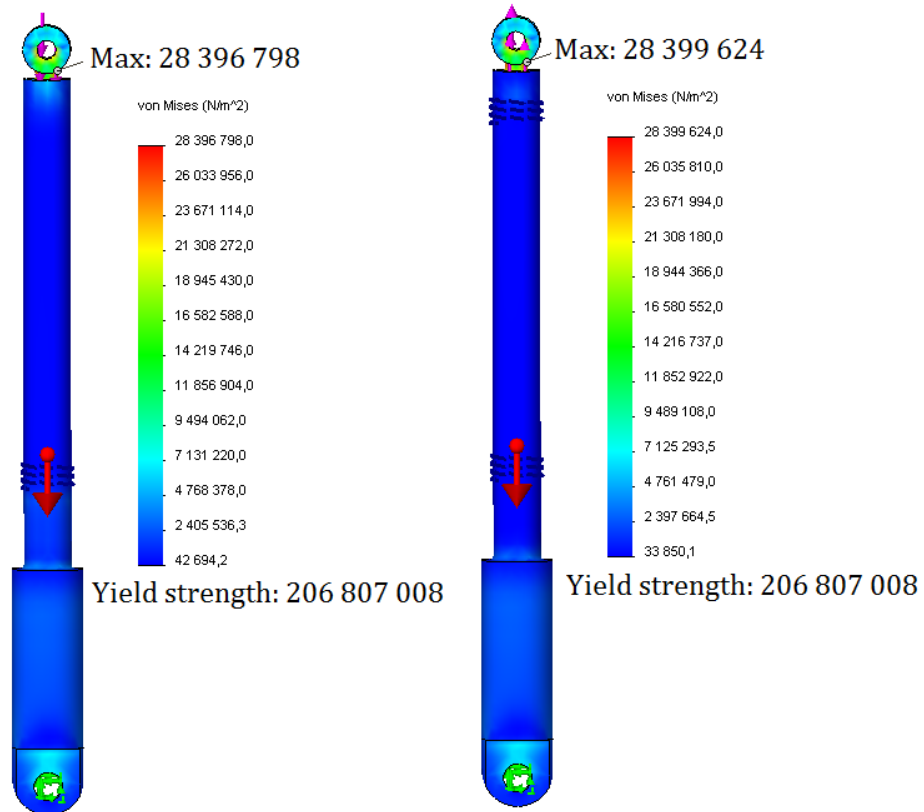
#### 4.4.2 Jännitys- ja nurjahdustarkastelut

Liikealustan sylinterien jännitystarkastelu tehtiin Solidworks-ohjelman simulaatioaliohjelmalla Solidworks Simulation. Sylinterille tehtiin staattinen tutkimus (static study). Jännitystarkastelu tehtiin sekä puristavalla että vetävällä kuormavoimalla ja kolmelle eri sylinterin iskulle: 0 mm, 200 mm ja 400 mm. Kuormavoima oli kaikissa kolmessa tapauksessa 9 500 N ja myös sylinterin oma paino otettiin huomioon. Männän ja sylinteriputken sekä männänvarren ja sylinteriputken väliset kosketuspinnat asetettiin läpäisemättömiksi (no penetration), kun taas muut komponenttikontaktit olivat limittäisiä (bonded). Sylinterin pohjaniveleen laitettiin jäykkä tuki. Verkotus (mesh) oli standardimallia. Solidworks ilmoitti sylinterin myötörajaksi (yield strength) noin 207 MPa.

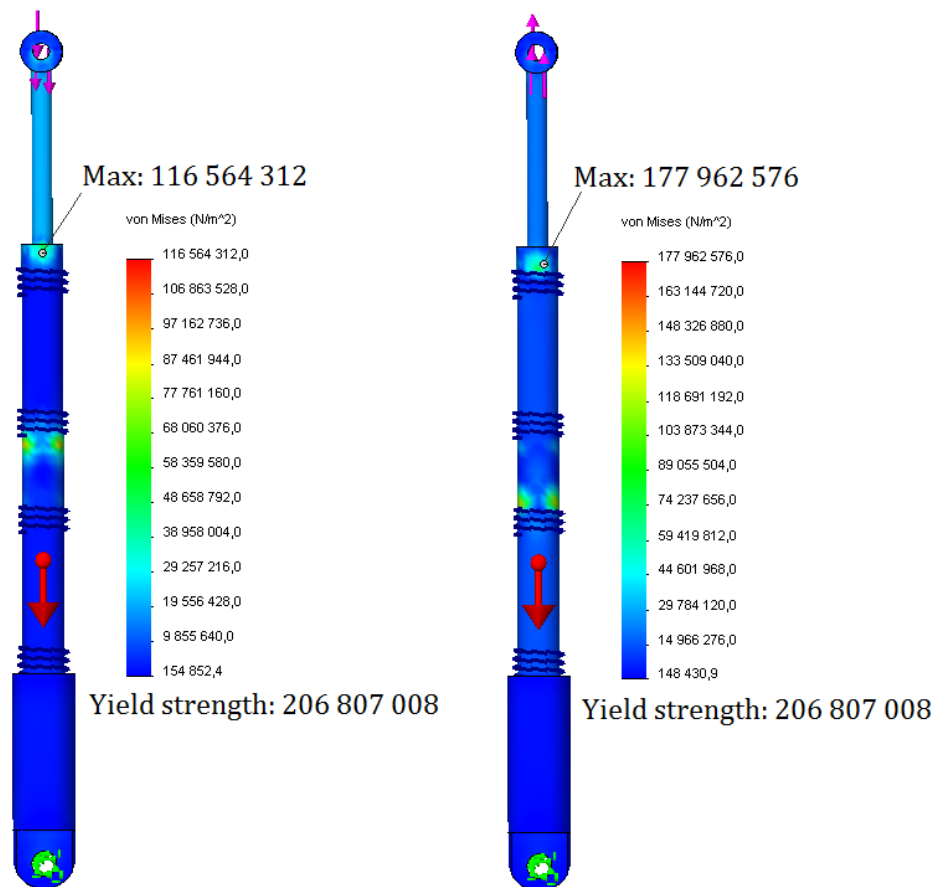
Iskun ollessa 0 mm sylinterin männänvarren puoleiseen kammioon laitettiin puristusjousi. Jousivakion määrittämisestä on tarkemmin liitteessä A ja jousivakion laskenta löytyy liitteestä H. Vetokuormituksessa männänvarren puoleisen kammion paine oli kaavan 1 mukaan noin 12,4 MPa. Tulokseksi tuli kuvan 26 jännityskuvaajat. Tulosten mukaan sylinterin jännitykset eivät ylitä sylinterin myötörajaa.

Seuraavaksi asetettiin sylinterin iskuksi 200 mm. Sylinterin asetukset olivat muuten samat kuin 0 mm iskun tarkastelussa, mutta tähän tarkasteluun lisättiin jousi sylinterin pohjan puoleiseen kammioon. Kummankin kammion jousivakioiden laskennat löytyvät liitteestä H. Puristuskuormituksessa pohjan puoleisen kammion paine oli noin 7,6 MPa ja vetokuormituksessa männänvarren puoleisen kammion paine noin 12,4 MPa. Tuloksena on kuvan 27 jännityskuvaajat. Maksimijännitys sijaitsee männänvarren ja sylinteriputken välisessä kosketuspinnassa. Maksimijännitys on melko korkea, mutta pysyy alle sylinterin myötörajan.

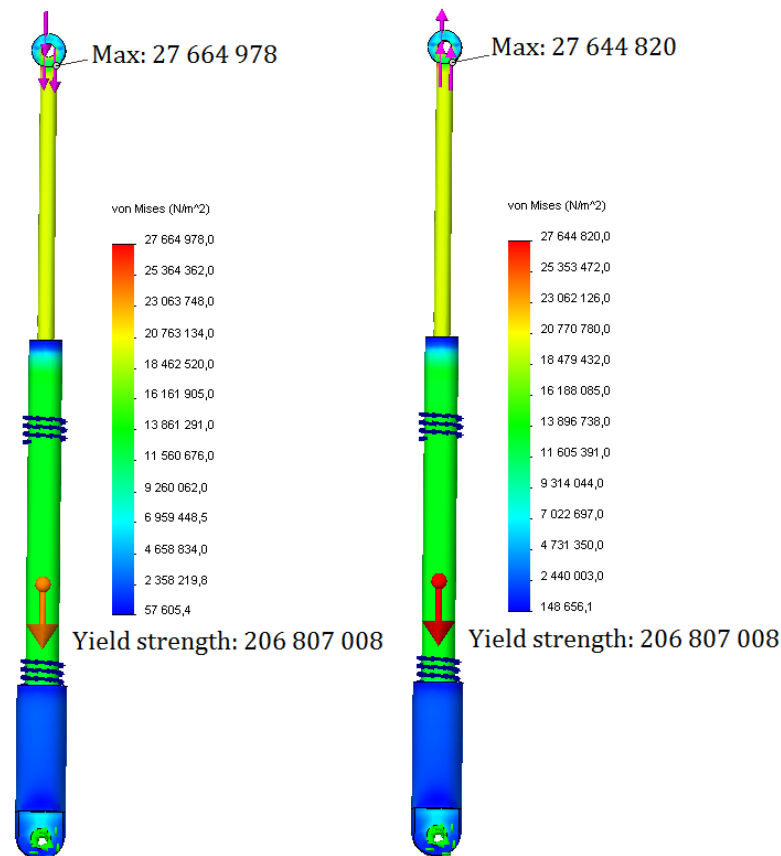
Lopuksi sylinterin isku oli 400 mm. Asetukset olivat muuten samat kuin kahdessa edellisessä tarkastelussa, mutta nyt männänvarren puoleisen kammion jousi poistettiin eli ainoastaan pohjan puoleisessa kammiossa oli jousi. Jousivakion laskenta löytyy liitteestä H. Puristuskuormituksessa pohjan puoleisen kammion paine oli noin 7,6 MPa. Tuloksena on kuvan 28 jännityskuvaajat, joiden mukaan sylinterin jännitykset eivät vielä ylitä myötörajaa.



**Kuva 26.** Sylinterin jännitykset iskulla 0 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.



**Kuva 27.** Sylinterin jännitykset iskulla 200 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.



**Kuva 28.** Sylinterin jännitykset iskulla 400 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.

Jännitystarkastelun jälkeen tehtiin sylinterin nurjahdustarkastelu. Sylinterin poikkipinta-ala on ympyrä, joten neliömomentti on sekä  $x$ - että  $y$ -akselin suhteen  $I = \pi \cdot r^4 / 4$  [16, s. 420]. Kuormavoima oli 9 500 N ja varmuuskertoimen  $C$  arvoksi laitettiin 4. Sylinterin redusoitu pituus  $L_r$  on kuvan 8 perusteella yhtä suuri kuin sylinterin pituus  $L$  eli  $L_r = L$ . Eulerin nurjahduskaavalla 4 laskettiin sekä nurjahdusvoima että -pituus. Tulosten mukaan sylinterin iskun ollessa 400 mm, eli sylinterin kokonaispituuden ollessa 1,175 m, sylinteri nurjahtaa voimalla 6511 N. Kuormavoiman ollessa 9 500 N sylinterin nurjahtaa, kun sen pituus on yhtä suuri tai suurempi kuin 0,973 m. Nurjahdustarkastelu löytyy liitteestä H.

Nurjahdustarkastelun perusteella sylinteri voi siis nurjahtaa. Lisäksi 9 500 N kuormavoimalla sylinterin kammioiden paineet nousivat 7,6 MPa ja 12,4 MPa, kun taas valmistaja ilmoittaa sylinterin käyttöpaineksi 7,0 MPa. Toisaalta sylinterin maksimikäyttöpaine on 14,0 MPa, joka vastaa kaavan 1 mukaan noin 17 600 N voimaa. Sylintereitä kannattaa kuitenkin käyttää vain valmistajan suosittelemalla painealueella, jotta jännitykset eivät ylittäisi myötörajaa ja nurjahdusriski olisi matala. Koska liikealustan nykyisiin sylintereihin liittyy liikaa epävarmuustekijöitä, mitoitetaan liikealustalle uudet sylinteri.

## 4.5 Uusien sylinterien mitoitus

Uusien sylinterien mitoitus alkoi laskemalla männän halkaisija. Kuormavoimana käytettiin edellisessä kappaleessa laskettua suurinta staattista kuormavoimaa ja syöttöpaine oli 7,0 MPa. Liitteessä I on sylinterin mitoituskalkulus. Männän halkaisijaksi valittiin laskujen perusteella 50 mm. Muiden mittojen pohjana käytettiin Contarini-yhtiön nettisivuilta löytyvää HMC-mallin kaksitoimisten sylinterien teknistä esitettä [26]. Osa kyseisestä esitteestä löytyy liitteestä J. Sylinterin mitat valittiin niin, että uusi sylinteri olisi (lähes) yhtä pitkä kuin nykyiset sylinterit.

Männänvarren halkaisijaksi valittiin 30 mm ja sylinterin kokonaispituudeksi nolla iskulalla 709 mm. Sylinterin iskuksi laitettiin 450 mm, joten sylinteriputki oli pitempi kuin mitä sylinterin isku edellytti. Tämä tehtiin sen takia, jotta sylinterissä olisi tarpeeksi tilaa sisään asennettavalle asema-anturille. Anturiksi valittiin MTS Sensors -yhtiön magnetostriktiivinen Temposonics® MH -sarjan MS asema-anturi [27]. Anturin vaatimien porausten ja muiden mittojen perusteella sylinteristä tehtiin 3D-malli.

Contarini ilmoittaa sylinteriputken materiaalin olevan St 52.3 terästä ja männänvarren materiaalin SAE 1045 terästä [26]. Solidworks-ohjelmasta löytyy AISI 1045 teräs, joka on sama kuin SAE 1045 [28], joten männänvarren materiaaliksi laitettiin AISI 1045. Standardin EN10025-1994 mukaan St 52.3 terästä vastaa 1.0570 S355 teräs [29]. Solidworks-ohjelman materiaalikirjastosta löytyy 1.0570 (S355J2G3) teräs, joka asetettiin sylinteriputken materiaaliksi.

### 4.5.1 Staattiset sylinterivoimat

Kun uusi sylinteri oli saatu 3D-mallinnettua, ratkaistiin staattiset sylinterivoimat. Kuormitukset ovat samat kuin kappaleessa 4.3 esitetyt. Myös uuden sylinterin tapauksessa esitellään vain suurimmat sylinterivoimat, jotka saatiin jälleen kuvan 25 lavan asennossa. Staattisten sylinterivoimien laskentaan käytettiin liitteen G algoritmia. Taulukossa 6 on lavan asema ja orientaatio ja taulukossa 7 sylinterivoimat kyseisessä asemassa ja orientaatioissa. Taulukon 7 Suunta-sarake kertoo, minkä akselin suuntaan tai akselien väliin kaivuri osoittaa kuvan 24 mukaisesti.

**Taulukko 6.** Lavan asema ja orientaatio.

	Lavan asema ja orientaatio
x [m]	0
y [m]	0
z [m]	0,8097
$\Psi$ [°]	0
$\theta$ [°]	0
$\Phi$ [°]	65,0811

**Taulukko 7. Staattiset sylinterivoimat.**

Suunta	Sylinterivoimat [N]					
	f1	f2	f3	f4	f5	f6
+u	<b>9226</b>	-2491	-1910	2444	-2793	-404
-u	-6210	2191	4925	-2745	5808	103
+v	998	-1795	8447	-1356	-4921	2699
-v	2018	1494	-5431	1055	7937	-3000
+u ja +v	4925	-2745	5808	103	-6210	2191
-u ja +v	-2793	-404	<b>9226</b>	-2491	-1910	2444
-u ja -v	-1910	2444	-2793	-404	<b>9226</b>	-2491
+u ja -v	5808	103	-6210	2191	4925	-2745

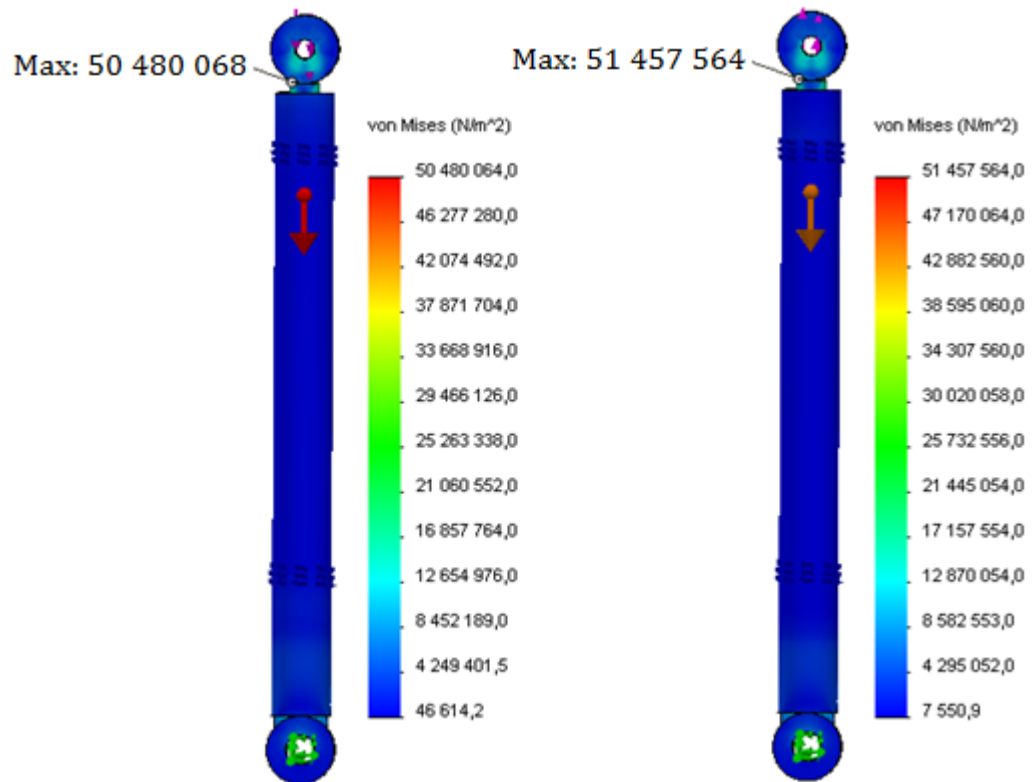
Tulosten mukaan suurin staattinen kuormavoima on noin 9226 N. Sylintereiden staattisena kuormavoimana nurjahdus- ja jännitystarkasteluissa päätettiin käyttää 9500 N voimaa. Muissa lavan asennoissa kuormavoimat saivat arvoja väliltä -9000...+9000 N.

#### 4.5.2 Jännitys- ja nurjahdustarkastelut

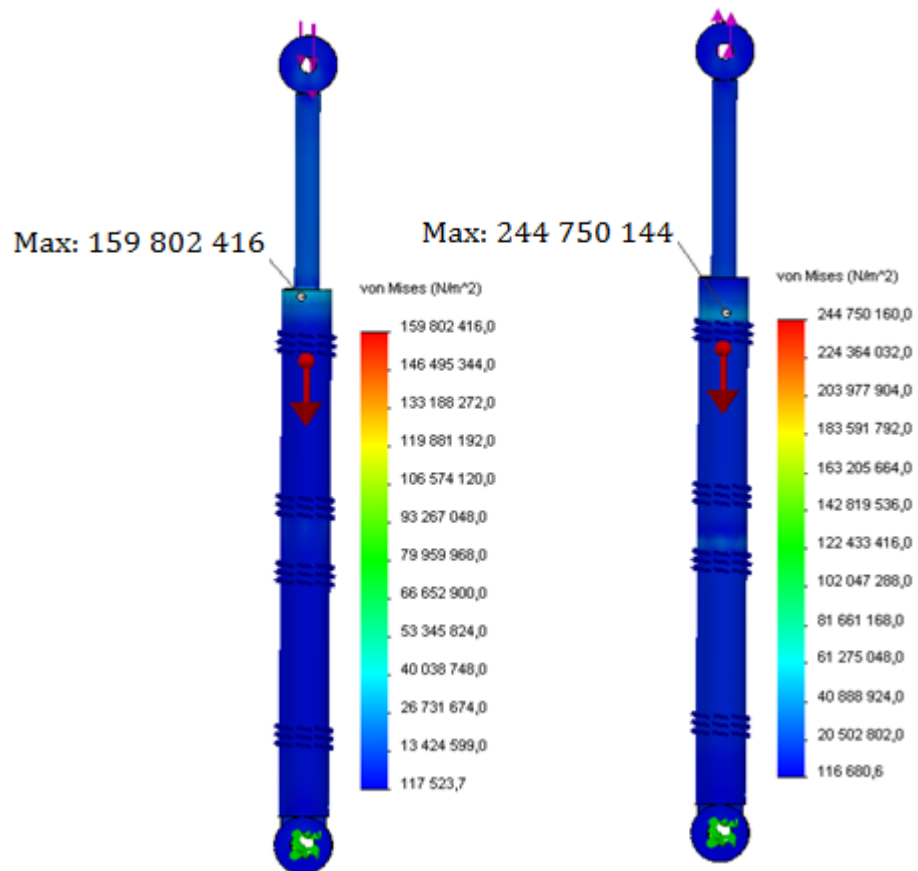
Liikealustan uuden sylinterin jännitystarkastelu tehtiin Solidworks Simulation - aliohjelman staattisella tutkimuksella. Jännitystarkastelu tehtiin puristavalla ja vetävällä kuormavoimalla vuorotellen ja kolmelle eri sylinterin iskulle: 0 mm, 225 mm ja 450 mm. Männän ja sylinteriputken sekä männänvarren ja sylinteriputken väliset kosketuspinnat asetettiin läpäisemättömiksi, kun taas muut komponenttikontaktit olivat limittäisiä. Sylinterin pohjaniveleen laitettiin jäykkä tuki. Verkotus oli standardimallia. Kuormavoima oli 9 500 N ja myös sylinterin oma paino otettiin huomioon. Solidworks ilmoittaa männänvarren myötörajaksi 530 MPa ja sylinteriputken 315 MPa.

Kun sylinterin isku oli 0 mm, sylinterin männänvarren puoleiseen kammioon laitettiin puristusjousi. Jousivakion laskenta löytyy liitteestä I. Jousivakioiden ja jännitysten laskentaa yksinkertaistettiin jättämällä anturia varten sylinteriputkeen tehdyt poraukset huomioimatta ja vaimentamalla ne 3D-mallista. Vetokuormituksessa männänvarren puoleisen kammion paine oli noin 7,6 MPa. Tulokseksi tuli kuvan 29 jännityskuvaajat. Tulosten mukaan sylinterin jännitykset eivät ylitä sylinterin materiaalien myötörajoja.

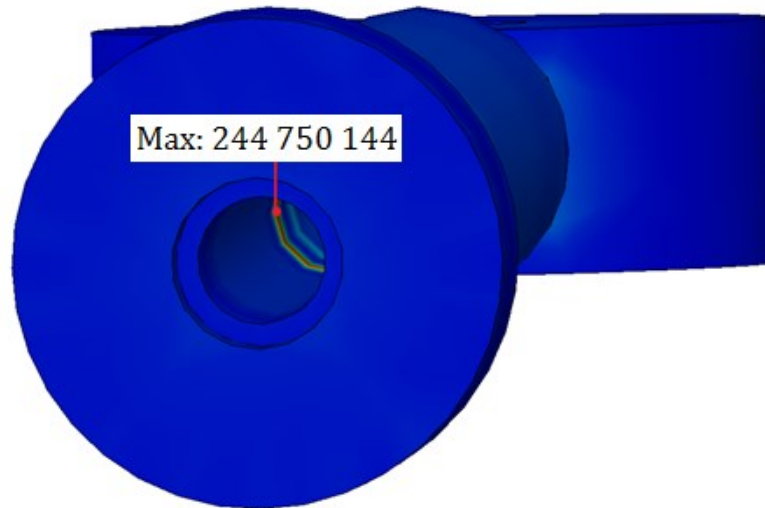
Tämän jälkeen sylinterin iskuksi laitettiin 225 mm. Sylinterin asetukset olivat muuten samat kuin 0 mm iskun tarkastelussa, mutta tähän tarkasteluun lisättiin jousi sylinterin pohjan puoleiseen kammioon. Kummankin kammion jousivakioiden laskennat löytyvät liitteestä I. Puristuskuormituksessa pohjan puoleisen kammion paine oli noin 4,8 MPa ja vetokuormituksessa männänvarren puoleisen kammion noin 7,6 MPa. Tuloksena on kuvan 30 jännityskuvaajat. Kuten tuloksista nähdään, maksimijännitykset ovat huomattavasti kasvaneet. Kyseiset jännitykset sijaitsevat männänvarren sisällä, kuvan 31 anturiireissä. Jännitykset ovat kuitenkin selvästi pienemmät kuin männänvarren myötöraja. Myös muut jännitykset pysyivät alle myötörajojen.



**Kuva 29.** Sylinteri jännitykset iskulla 0 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.

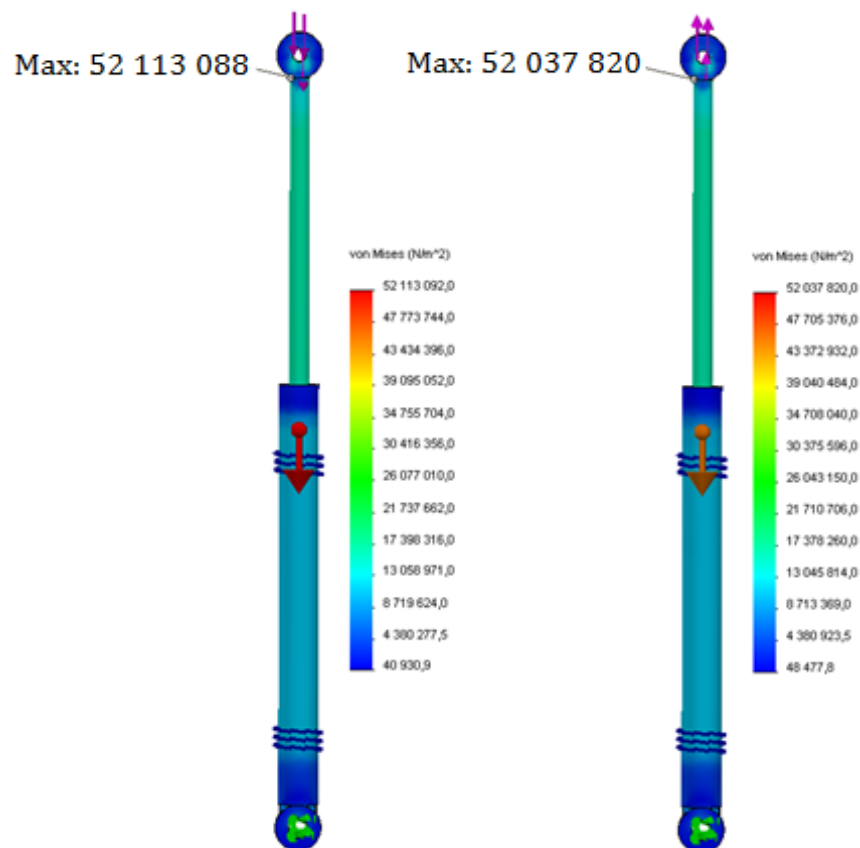


**Kuva 30.** Sylinterin jännitykset iskulla 225 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.



**Kuva 31.** Maksimijännityksen paikka.

Lopuksi sylinterin iskuksi laitettiin 450 mm. Asetukset olivat muuten samat kuin kahdessa edellisessä tarkastelussa, mutta nyt männänvarren puoleisen kammion jousi poistettiin. Jousivakion laskenta löytyy liitteestä I. Puristuskuormituksessa pohjan puoleisen kammion paine oli noin 4,8 MPa. Tuloksena on kuvan 32 jännityskuvaajat, joiden mukaan sylinterin jännitykset eivät ylitä myötörajoja.



**Kuva 32.** Sylinterin jännitykset iskulla 450 mm, vasemmalla puristus ja oikealla veto.

Jännitystarkastelun jälkeen tehtiin sylinterin nurjahdustarkastelu. Sylinterin poikkipinta-ala on ympyrä, joten neliömomentti on  $x$ - ja  $y$ -akselin suhteen  $I = \pi * r^4 / 4$  [16, s. 420]. Kuormavoima oli 9 500 N ja varmuuskertoimen  $C$  arvoksi laitettiin 4. Sylinterin redusoitu pituus  $L_r$  on kuvan 8 perusteella yhtä suuri kuin sylinterin pituus  $L$  eli  $L_r = L$ . Eulerin nurjahduskaavalla 4 laskettiin sekä nurjahdusvoima että -pituus. Tulosten mukaan sylinterin iskun ollessa 450 mm, eli sylinterin kokonaispituuden ollessa 1,159 m, sylinteri nurjahtaa voimalla 14 972 N. Kuormavoiman ollessa 9 500 N sylinterin nurjahtaa, kun sen pituus on yhtä suuri tai suurempi kuin 1,455 m. Tulosten mukaan nurjahdusvaaraa ei siis ole. Nurjahdustarkastelu löytyy liitteestä I.

#### 4.5.3 Dynaamiset sylinterivoimat

Koska uusi sylinteri kestää staattiset kuormavoimat, ratkaistiin seuraavaksi dynaamiset kuormavoimat. Dynaamiset sylinterivoimat ratkaistiin Newton-Euler menetelmällä, jonka yhteenveto on esitetty kappaleessa 3.3.3. Lava, mäntä ja sylinteriputki oletetaan olevan tasapaksuja, homogeenisia ja näiden massakeskipisteiden keskittyvän vertikaalisti. Männän ja sylinteriputken hitausmomentit ovat  $x$ - ja  $y$ -akselien suhteen samat eli

$$I_{1x} = I_{1y} = \frac{1}{12} * m_1 * [3(r_{12}^2 + r_{11}^2) + l_1^2], \quad (81)$$

$$I_{2x} = I_{2y} = \frac{1}{12} * m_2 * (3r_2^2 + l_2^2), \quad (82)$$

jossa  $r_{11}$  on sylinteriputken sisäsäde,  $r_{12}$  sylinteriputken ulkosäde,  $l_1$  sylinteriputken pituus,  $r_2$  männän säde ja  $l_2$  männänvarren pituus [30, s. 477]. Lavan hitausmomentit ovat

$$I_{pu} = I_{pv} = \frac{1}{12} * m_p * (3r_p^2 + h_p^2), \quad (83)$$

$$I_{pw} = \frac{1}{2} * m_p * r_p^2. \quad (84)$$

[30, s. 477] Käyttämällä liitteen K algoritmia ajettiin useita eri simulaatiota, joissa lava kiihtyi  $u$ -,  $v$ - ja  $w$ -akselien suuntiin ja näiden ympäri. Lisäksi kaivuri osoitti jokaisessa kiihtyvyytilanteessa vuoron perään eri suuntaan eli kuormamomentti vaikutti eri akselin ympäri.

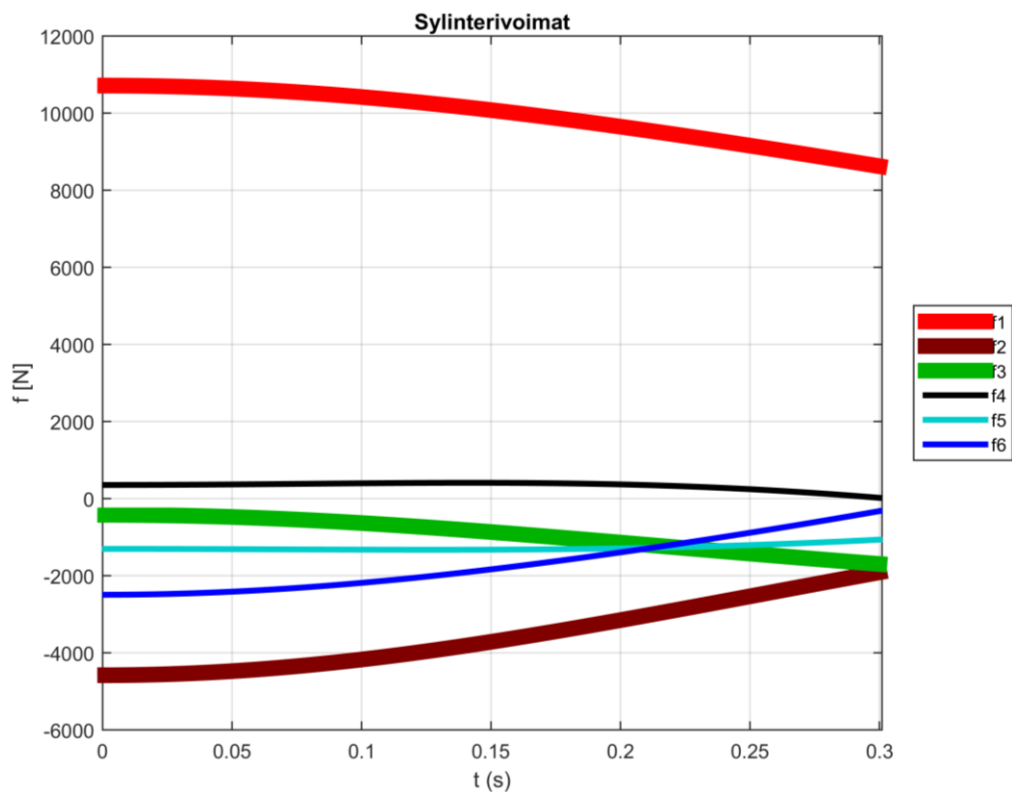
Suurin osa simulaatioista alkoi lavan asemasta ja orientaatiosta, jossa liikealustan sylinterien iskut olivat 225 mm. Lavan kiihtyvyydelle annettiin sellainen arvo, että sylinterin maksiminopeus 0,5 m/s [31] ei ylittyisi 0,3 sekunnin aikana. Sylinterivoimista piirrettiin kuvaajat, mutta näitä kuvaajia ei tässä näytetä suuresta lukumäärästä johtuen. Näissä simulaatioissa sylinterivoimat saivat arvoja väliltä -9000...+9000 N.



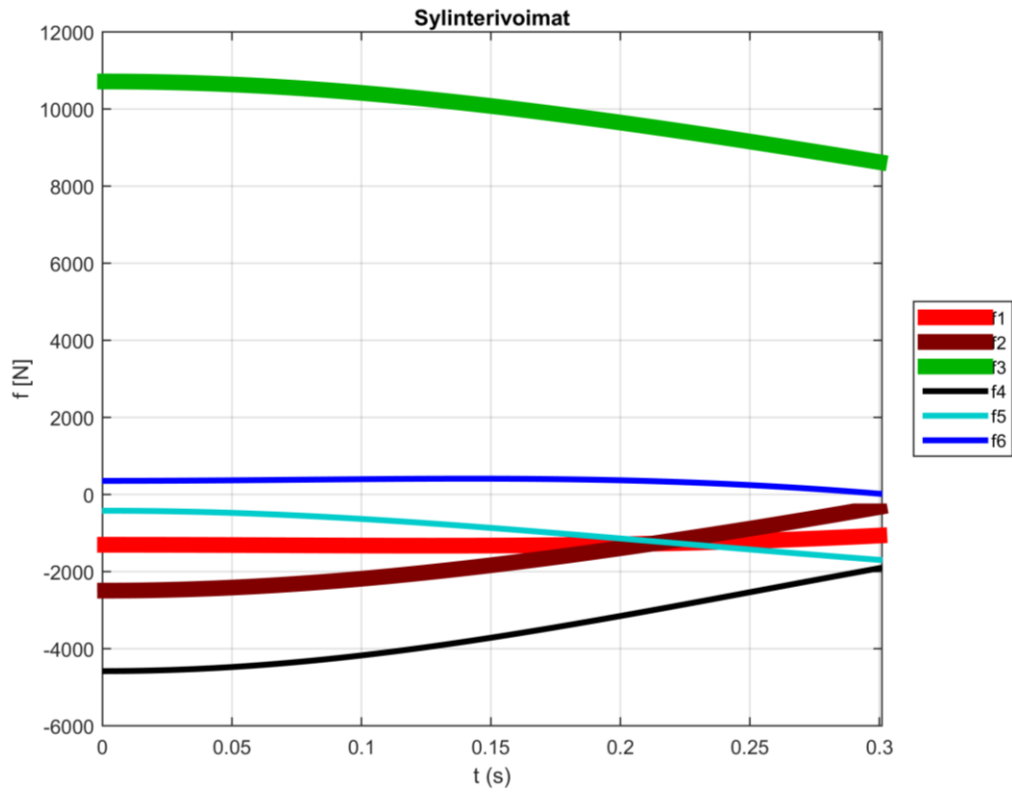
Lava laitettiin myös kuvan 25 asentoon eli lavalla oli taulukon 6 asema ja orientaatio. Lavalle annettiin kulmakiihtyvyys  $350 \text{ }^\circ/\text{s}^2$   $w$ -akselin ympäri myötäpäivään ja sylinterivoimista piirrettiin kuvaajat. Kuormitustilanteiden suuren lukumäärän takia, tässä näytetään vain kuvaajat, joissa sylinterivoimat ovat suurimmillaan. Kyseiset kuvaajat ovat kuvissa 33–35. Kuvassa 33 suurin sylinterivoima on sylinterissä 1. Voima on suurimmillaan liikkeen alussa ja sen arvo on noin  $10\,720 \text{ N}$ . Tässä simulaatiossa kaivuri osoitti  $u$ -akselin suuntaan eli kaivurista aiheutuva momentti vaikutti  $v$ -akselin ympäri.

Kuvassa 34 suurin sylinterivoima on sylinterissä 3. Voima on suurimmillaan liikkeen alussa ja sen arvo on myös noin  $10\,720 \text{ N}$ . Kaivuri osoitti tässä tilanteessa, kuvan 24 numeroita käyttäen, sylinterien 2 ja 3 väliin.

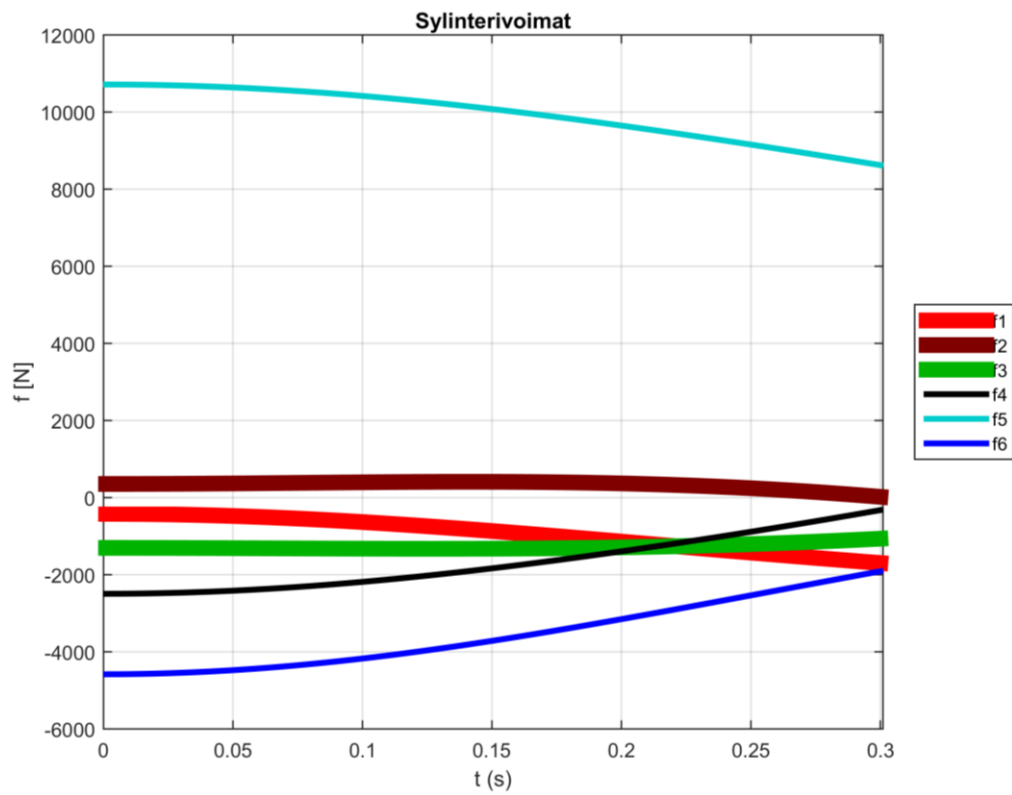
Kuvassa 35 suurin sylinterivoima on sylinterissä 5. Voima on jälleen suurimmillaan liikkeen alussa ja sen arvo on noin  $10\,720 \text{ N}$ . Kaivuri osoitti tässä tilanteessa sylinterien 4 ja 5 väliin.



**Kuva 33.** Dynaamiset sylinterivoimat, kun momentti vaikuttaa positiivisen  $v$ -akselin ympäri ja kiihtyvyys on  $d^2\Phi/dt^2 = -350 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ .

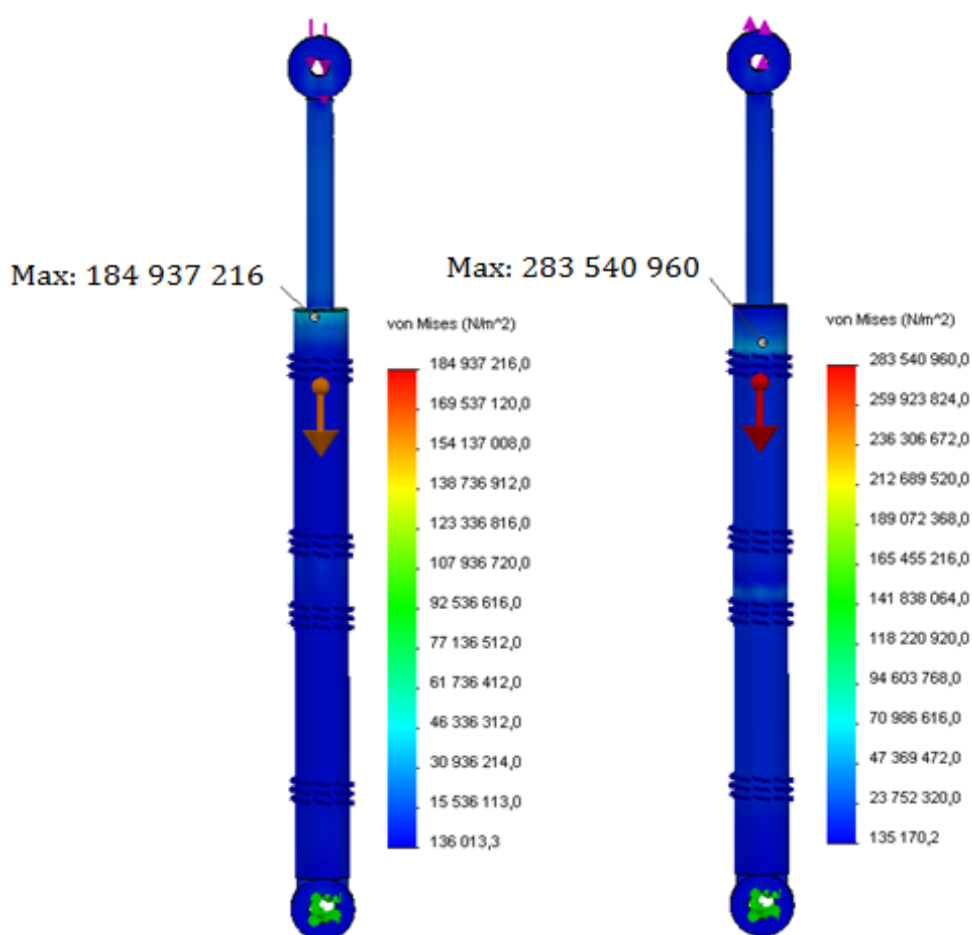


**Kuva 34.** Dynaamiset sylinterivoimat, kun kaivuri osoittaa sylinterien 2 ja 3 väliin ja kiihtyvyys on  $d^2\Phi/dt^2 = -350 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ .



**Kuva 35.** Dynaamiset sylinterivoimat, kun kaivuri osoittaa sylinterien 4 ja 5 väliin ja kiihtyvyys on  $d^2\Phi/dt^2 = -350 \text{ }^\circ/\text{s}^2$ .

Koska laskettu dynaaminen voima on suurempi kuin jännitystarkastelussa käytetty kuormavoima, ratkaistiin sylinterin jännitykset varmuuden vuoksi uudelleen. Kuormavoimaksi laitettiin nyt 11 000 N, ja voima oli vuoron perään sekä puristava että vetävä. Myös sylinterin oma paino otettiin huomioon. Sylinterin jännityksiä tarkasteltiin vain 225 mm iskulla, koska tällä iskulla oli edellisessä jännitystarkastelussa suurimmat jännitykset. Männän ja sylinteriputken sekä männänvarren ja sylinteriputken väliset kosketuspinnat asetettiin läpäisemättömiksi, kun taas muut komponenttikontaktit olivat limitäisiä. Sylinterin pohjaniveleen laitettiin jäykkä tuki. Verkotus oli standardimallia. Sekä pohjan puoleiseen että männänvarren puoleiseen kammioon laitettiin jousi. Jousivakioiden laskenta löytyy liitteestä I. Puristuskuormituksessa pohjan puoleisen kammion paine oli noin 5,6 MPa ja vetokuormituksessa männänvarren puoleisen kammion noin 12,7 MPa. Kuvassa 36 on uudet sylinterin jännitykset. Maksimijännitys sijaitsee jälleen männänvarren sisällä anturireiässä eivätkä jännitykset ylitä tulosten mukaan vieläkaan sylinterin myötörajoja. Nurjahdustarkastelua ei tarvinnut tehdä uudelleen, koska edellisen tarkastelun perusteella tiedettiin sylinterin nurjahtavan 14 972 N voimalla. Näin ollen nurjahdusvaaraa ei ole.



**Kuva 36.** Sylinterin jännitykset, isku 225 mm ja kuormavoima 11 000 N, vasemmalla puristus ja oikealla veto.

Contarini ilmoittaa tarjoamiensa sylinterien maksimipaineeksi 21,0 MPa [31], kun taas sylinterin kammiopaine oli suurimmillaan vain 12,7 MPa. Lisäksi sylinterin jännitykset olivat selvästi alle myötörajojen. Männänvarren myötöraja on 530 MPa ja sylinteriputken 315 MPa. Suurin sylinterin jännitys oli noin 284 MPa ja se sijaitsi männänvarressa. Nurjahdus- ja jännitystarkastelujen perusteella voidaan siis todeta, että valitut sylinterin mitat ovat sopivat. Uuden sylinterin toimintamitat ovat 50/30-450. Sylinterin työpiirustus löytyy liitteestä L.

Koska uusia sylintereitä voidaan käyttää korkeammassa paineessa, voitaisiin kaavan 1 mukaan sylinterivoimat tuottaa männän halkaisijaltaan pienemmillä sylintereillä. Tätä ei kuitenkaan suositella, koska halkaisijaltaan alle 30 mm männänvarsilla nurjahdusriski kasvaa.

## 5 YHTEENVETO JA KRIITTINEN TARKASTELU

TTY:n IHA-laitoksella on rinnakkaisrakenteinen manipulaattori, Stewart-Gough liikealusta. Laitoksen aikeena on asentaa liikealustan päälle Avant Tecno -yhtiön 210-mallin kaivuri puomi. Yhdistelmää voidaan tällöin käyttää esimerkiksi laivan keinunnan simuloimiseen, kun puomi nosturilla yritetään nostaa taakkoja samanaikaisesti. Diplomityön tarkoituksena oli tutkia, kestävätkö liikealustan nykyiset vesihydrauliset sylinterit kaivurista ja sen kuormasta aiheutuvat kuormitukset. Jos sylinterit eivät kestäneet kuormituksia, liikealustalle mitoitettiin uudet sylinterit.

Työn alussa esiteltiin Stewart-Gough liikealustat ja kerrottiin hydraulisylintereistä. Hydraulisylintereistä kerrottiin niiden rakenteesta, sylinterien sisäisistä asema-antureista sekä johdettiin hydraulisylinterien voimayhtälöt ja nurjahduskaava. Seuraavaksi määriteltiin liikealustan kinematiikka ja dynamiikka, jotta sylinterivoimat voitiin ratkaista. Ensimmäiseksi määriteltiin liikealustan kinematiikka: käänteinen ja suora kinematiikka lavan aseman ja orientaation ratkaisemiseksi sekä liikealustan ja sylinterien asema-, nopeus- ja kiihtyvyysyhtälöt. Samalla määriteltiin myös lavan Jacobin matriisi, jota tarvittiin sekä suoran kinematiikan ongelman ratkaisemiseen että liikealustan statiikan määrittämiseen. Kolmantena määriteltiin liikealustan statiikka ja lopuksi liikealustan dynamiikka, jonka ratkaisuun käytettiin Newton-Euler menetelmää. Yhtälöiden johtamisen jälkeen työssä käytiin läpi sylinterien mitoittamisen työvaiheet. Mitoitusvaihe alkoi kaivurin ja liikealustan 3D-mallintamisella, jotta tarvittavat mitat ja painot saatiin selville. Mittoja ja painoja käyttäen ratkaistiin kaivurista ja tämän kuormasta aiheutuvat staattiset kuormitukset. Staattisten kuormitusten avulla ratkaistiin liikealustan nykyisten sylinterien staattiset voimat. Tämän jälkeen nykyisille sylinterille tehtiin jännitys- ja nurjahdustarkastelut. Lopuksi mitoitettiin uusi sylinteri, jolle tehtiin myös jännitys- ja nurjahdustarkastelut.

Liikealustan staattisiksi kuormiksi tuli noin 3200 N pystyvoima, joka vastaa kaivurin ja tämän kuorman painoja, ja noin 5100 Nm momentti. Liikealustan nykyisten sylinterien jännitykset pysyivät alle myötörajan, mutta kävi ilmi, että sylinterit voivat nurjahtaa. Lisäksi kuormavoima oli sen verran suuri, että paineet sylinterissä nousivat sylinterien suositellun käyttöpaineen yläpuolelle. Näistä syistä johtuen liikealustalle päätettiin mitoitaa uudet sylinterit. Uusien sylinterien toimintamitoiksi tuli 50/30-450 ja sylinterien työpiirustus on liitteessä L.

Liikealustan staattiset kuormat ja sylinterivoimat olisi voitu määrittää tarkemmin, jos liikealustasta ja kaivuri puomista olisi ollut saatavilla työpiirustukset. Laitteiden mitat mitattiin käsin, ja vaikka mittaus tehtiinkin huolellisesti, voivat mitat olla hieman epätarkkoja. Lisäksi laitteiden kaikkien osien materiaalit eivät olleet selvillä, mikä myös tuo hieman epävarmuutta tuloksiin. Jos näistä olisi ollut enemmän tietoa, sylinterien tarkastelut ja mitoitus olisi voitu tehdä tarkemmin. Sylinterit myös mitoitettiin käyttäen kuormana 230 kg kaivuri puomia, vaikka todellisuudessa kaivuri puomi painaa vähemmän, koska siitä irrotetaan osia. Nykyisten sylinterien myötöraja, käyttöpain ja nurjahdusvoima ovat kuitenkin sen verran matalat, että sylinterit olisi todennäköisesti jouduttu joka tapauksessa vaihtamaan. Uusien sylinterien maksimipaine, myötörajat ja nurjahdusvoima toisaalta ovat sen verran korkeat, että tarkemmilla tiedoilla sylinterit olisi ehkä voitu mitoittaa pienemmiksi. Työtä voidaan kuitenkin pitää onnistuneena, sillä uusilla sylintereillä jännitykset ja paineet pysyvät tarpeeksi matalina. Uudet sylinterit myös kestävät tarpeeksi suuria kuormavoimia nurjahtamatta. Nurjahtamis- ja murtumisriskit ovat siis hyvin matalat.

Uuden sylinterin kokonaispituus täydellä iskulla on 1,159 m, kun taas nykyisen sylinterin on 1,175 m. Uusilla sylintereillä liikealusta ei siis pysty yhtä laajoihin liikkeisiin kuin nykyisillä sylintereillä. Jos liikealustan liikkeiden halutaan olevan yhtä laajoja tai laajempia, täytyy luonnollisesti valita pidemmät sylinterit, mutta tällöin täytyy laskea sylinterivoimat sekä tehdä jännitys- ja nurjahdustarkastelut uudelleen.

Uusia sylintereitä voidaan käyttää hydraulijärjestelmässä, jonka väliaineena on öljy. Koska nykyisen järjestelmän väliaineena on vesi, pitäisi mahdollisesti koko liikealustan hydraulijärjestelmä suunnitella uudelleen ennen kuin siinä voidaan käyttää työssä mitoitettuja uusia sylintereitä tai öljyä. Lisäksi rinnakkaisrakenteisten manipulaattorien suora kinematiikka on edelleen hankalaa ja monimutkaista, joten jatkotutkimuksia voisi tehdä tämän ongelman ratkaisemiseksi. Tässä diplomityössä dynaamiset sylinterivoimat laskettiin Newton-Euler menetelmällä, mutta myös muita dynaamisten sylinterivoimien ratkaisemiseksi kehiteltyjä menetelmiä kannattaisi tutkia (muun muassa virtuaalisen työn periaate ja Lagrangen liikeyhtälöt). Jokin toinen ratkaisumenetelmä esimerkiksi voisi sopia hyvin liikealustan ohjaamiseen tai menetelmää on helpompi soveltaa ja ymmärtää.

## LÄHTEET

- [1] I. Bonev, The True Origins of Parallel Robots, ParalleMIC, 24.1.2003. Saatavissa (viitattu 15.7.2015): <http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>.
- [2] M. Husty, A. Karger, Self Motions of Stewart-Gough Platforms, Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, 3–4.10.2002, Quebec City, Quebec, Canada. Saatavissa (viitattu 27.2.2015): <http://geometrie.uibk.ac.at/cms/datastore/husty/Quebec.pdf>.
- [3] M. Azadi, M. Eghtesad, A. Ghobakhloo, Position Control of a Stewart-Gough Platform Using Inverse Dynamics Method with Full Dynamics, Advanced Motion Control, 9th IEEE International Workshop on, 2006, pp. 50–55. Saatavissa (viitattu 3.3.2015): <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore>.
- [4] L.-W. Tsai, Solving the Inverse Dynamics of a Stewart-Gough Manipulator by the Principle of Virtual Work, Journal of Mechanical Design, Vol. 122, Iss. 1, 1.12.1999, pp. 3–9. Saatavissa (viitattu 5.3.2015): <http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1445780>.
- [5] 6-Axis Hexapod, H-840, Hexapod Systems PI, 8 p. Saatavissa (viitattu 25.2.2015): [http://www.pi-usa.us/products/Micropositioning\\_Stage\\_Hexapod/hexapod-6-axis-stage.php](http://www.pi-usa.us/products/Micropositioning_Stage_Hexapod/hexapod-6-axis-stage.php).
- [6] J. B. Sol, R. Suárez, F. Thomas, Singularity-Invariant Transformations in Stewart-Gough Platforms: Theory and Applications, Institut de Robòtica I Informàtica Industrial. Saatavissa (viitattu 5.3.2015): <http://www.iri.upc.edu/files/academic/thesis/19-Singularity-Invariant-Leg-Rearrangements-in-Stewart-Gough-Platforms.pdf>.
- [7] S. Vorndran, Low-Inertia Parallel-Kinematics Systems for Submicron Alignment and Handling, ParalleMIC, 5.9.2002. Saatavissa (viitattu 5.3.2015): <http://www.parallemic.org/Reviews/Review012.html>.
- [8] S.-H. Chen, L.-C. Fu, Observer-based backstepping control of a 6-dof parallel hydraulic manipulator. Control Engineering Practice, Elsevier, Volume 36, 3.2015, pp. 100–112. Saatavissa (viitattu 30.6.2015): <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S09670666114002731>.

- [9] J. Kajaste, H. Kauranne, M. Vilenius, *Hydrauliteknikka*, WSOY, 2008, 487 s.
- [10] J. Aaltonen, K. Koskinen, *Hydraulic Cylinders*, Encyclopedia of Tribology, Springer US, 2013, pp. 1709–1718. Saatavissa (viitattu 26.2.2015): <http://link.springer.com.libproxy.tut.fi>.
- [11] E. E. Herceg, Position Sensor Technology Comparison for Hydraulic Cylinder Feedback, *Fluid Power Journal*, 1.5.2013. Saatavissa (viitattu 1.7.2015): <http://fluidpowerjournal.com/2013/05/position-sensor>.
- [12] A. Ellman, 26321 Hydrauliiikan ja koneautomaation mittaukset, Tampere 2002, Tampereen teknillinen yliopisto, Luennot keväällä 2002, 134 s.
- [13] Direct Industry, Products, Position Measurements, Position sensor, MST, <http://www.directindustry.com/product-manufacturer/mst-position-sensor-64702-993.html> (viitattu 1.7.2015).
- [14] Position Transducers potentiometric Series LWH, novotechnik, 9.2012, 4 p. Saatavissa (viitattu 1.7.2015): <http://www.novotechnik.de/en/products/position-transducers>.
- [15] Alliance Sensors Group, LVIT Position Sensors, <http://www.alliancesensors.com/lvit-position-sensors-0> (viitattu 1.7.2015).
- [16] H. Outinen, T. Salmi, P. Vulli, *Lujuusopin perusteet*, Pressus Oy, Klingendahl Paino Oy, Tampere, 2007, 464 s.
- [17] P. A. W. Drexel, *A Six Degrees-of-Freedom, Hydraulic, One Person Motion Simulator*, Department of Electrical Engineering Faculty of Applied Science The University of British Columbia, September 1992, 135 p.
- [18] L.-W. Tsai, *Robot Analysis The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, USA 1999, A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc., 505 p.
- [19] K. Koskinen, *Ympäristöystävälliset tulevaisuuden työkonet: Vesihydrauliset mobilekonet ja niiden älykäs kunnonvalvonta*, Suomen Akatemian tutkimusohjelma, KITARA, päätösseminaari, 20.5.2009. Saatavissa (viitattu 15.7.2015): <http://www2.aka.fi/Tiedostot/Tiedostot/KITARA/seminar%202009/esitykset/kari%20t%20koskinen.pdf>.



- [20] SSH Stainless a\*s, Cylinders, AQ70 Water Hydraulics, AQ70 Technical specifications, <http://www.ssh-stainless.dk/Default.asp?Action=Details&Item=8> (viitattu 27.4.2015).
- [21] Avant, Työlaitteet, Kaivaminen, Kaivuri 210, <http://www.avanttecno.com/www/fi/tyolaitteet/kaivuri-210/#cat=4> (viitattu 10.3.2015).
- [22] Avant, Kaivuri 205 Varaosaluettelo, 8 s. Julkaisematon osaluettelo.
- [23] ASTM A36 Mild/Low Carbon Steel, AZO Materials, 28.6.2012, päivitetty 23.5.2014. Saatavissa (viitattu 22.7.2015): <http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6117>.
- [24] Ruukki, Steel, Stainless steel and aluminium products, Stainless steel flat products, Stainless steel 1.4301/1.4307 cold-rolled, <http://www.ruukki.com/Steel/Stainless-steel-and-aluminium-products/Stainless-steel-flat-products/Stainless-steel-1430114307-cold-rolled> (viitattu 22.7.2015).
- [25] T. Salmi, Statiikka, Pressus OY, Klingendahl Paino Oy, Tampere, 2005, 3. painos, 400 s.
- [26] HMC Double Acting Cylinder M250, Contarini, 2 p. Saatavissa (viitattu 10.7.2015): <http://www.contarini.net/cms/ENG/dettaglio-categoria/666-double-acting-cylinder-hmc-type.html>.
- [27] Temposonics® Magnetostrictive Linear Position Sensors, MH-Series MS Analog/Digital Data Sheet, MTS Sensors, 15 p. Saatavissa (viitattu 10.7.2015): <http://www.mtssensor.de/Mobile-Hydraulic-Sensors.216.0.html>.
- [28] Carbon Steel - 1045, Global Metals, 1 p. Saatavissa (viitattu 13.7.2015): [http://www.globalmetals.com.au/\\_pdf/Black\\_Carbon\\_Steel/Black\\_Carbon\\_Steel\\_1045.pdf](http://www.globalmetals.com.au/_pdf/Black_Carbon_Steel/Black_Carbon_Steel_1045.pdf).
- [29] Hydraulic Cylinder Tube - St 52.3 - SSID, ST Steel & Tube, 1 p. Saatavissa (viitattu 13.7.2015): <http://stainless.steelandtube.co.nz/wp-content/uploads/2014/06/HydraulicCylinderTubeST52-3SSID.pdf>.
- [30] T. Salmi, S. Virtanen, Dynamiikka, Pressus Oy, Klingendahl Paino Oy, Tampere, 2006, 480 s.

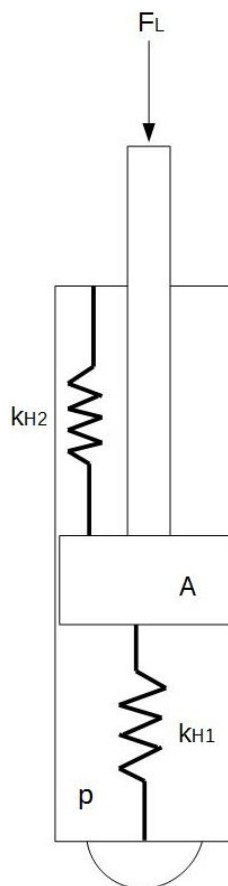
- [31] Contarini, Products, Cylinders and components, Double acting hydraulic cylinders, Double acting cylinder HMC type, <http://www.contarini.net/cms/ENG/dettaglio-categoria/666-double-acting-cylinder-hmc-type.html> (viitattu 13.7.2015).

## LIITE A: LIIKEALUSTAN SYLINTERIEN JOUSIVAKIOT

Kuva 37 kuvaa sylinterin kuormitustilannetta. Sylinteriä kuormittaa voima  $F_L$ , jolloin pohjan puoleisessa sylinterikammiossa on paine  $p$ . Voiman ja paineen välillä vallitsee yhteys

$$F_L = p * A, \quad (85)$$

jossa  $A$  on männän poikkipinta-ala [9, s. 14]. Sylinterikammioissa oleva neste käyttäytyy kuin jousi. Pohjan puoleisen sylinterikammion ”jousen” hydraulinen jousivakio on  $k_{H1}$  ja männänvarren puoleisen sylinterikammion ”jousen” hydraulinen jousivakio on  $k_{H2}$ .



**Kuva 37.** Sylinterin kuormitustilanne.

Voiman  $F_L$  kuormittaessa sylinteriä mäntä siirtyy  $x$  verran alaspäin. Tällöin männänpuoleinen ”jousi” eli neste puristuu hieman kasaan ja tasapainotilanteessa pätee [17, s. 328]

$$k_{H1} * x = F_L = p * A. \quad (86)$$

Kun yhtälöstä 86 ratkaistaan hydraulinen jousivakio, saadaan

$$k_{H1} = \frac{p * A}{x}. \quad (87)$$

Männän siirtyessä  $x$  verran alaspäin pohjan puoleisen sylinterikammion tilavuus pienenee  $\Delta V = A * x$  verran. Yhtälö 87 saadaan muotoon

$$k_{H1} = \frac{p * A^2}{\Delta V}. \quad (88)$$

Sylinterikammion tilavuuden muutokselle pätee myös

$$\Delta V = \frac{1}{K_e} * V_0 * \Delta p, \quad (89)$$

jossa  $K_e$  on sylinterin tehollinen puristuskerroin,  $V_0$  sylinterikammion alkutilavuus ja  $\Delta p$  nesteessä vallitsevan paineen muutos [9, s. 91]. Yhtälö 89 voidaan esittää myös muodossa

$$\frac{\Delta p}{\Delta V} = \frac{K_e}{V_0}. \quad (90)$$

Kun yhtälö 90 sijoitetaan yhtälöön 88, saadaan

$$k_{H1} = \frac{K_e * A^2}{V_0}. \quad (91)$$

Sylinterin tehollinen puristuskerroin saadaan laskettua yhtälöstä

$$K_e = \frac{1}{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_c}}, \quad (92)$$

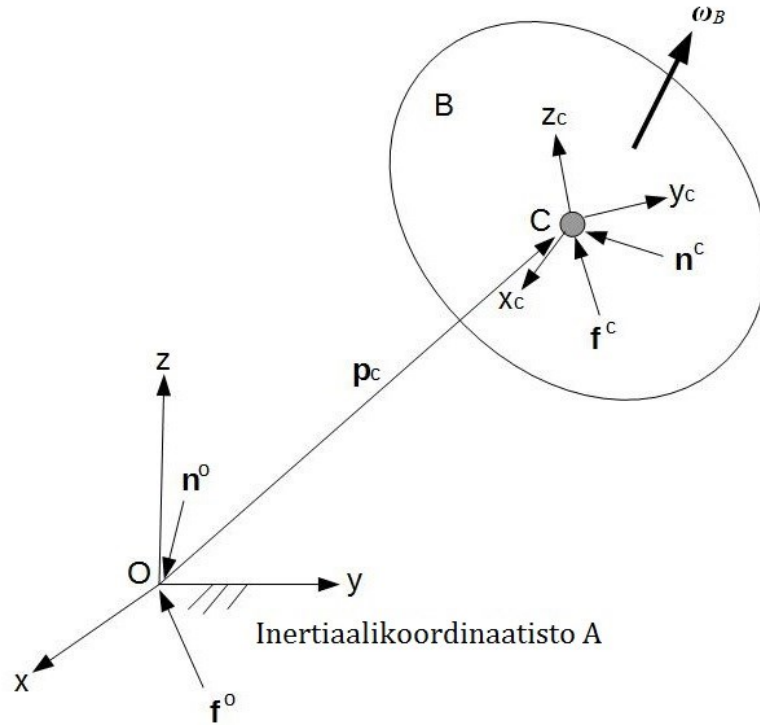
jossa  $K_f$  on sylinterissä olevan nesteen puristuskerroin ja  $K_c$  sylinterin puristuskerroin [9, s. 90]. Sylinterin puristuskerroin saadaan laskettua yhtälöstä

$$K_c = \frac{E * s}{d}, \quad (93)$$

jossa  $E$  on sylinterin materiaalin kimmomoduuli,  $s$  sylinterin seinämäpaksuus ja  $d$  sylinterin kammion halkaisija [9, s. 90]. Sylinterin kammion halkaisijaa voidaan pitää yhtä suurena kuin männän halkaisijaa.

## LIITE B: NEWTON-EULER LIIKELAIT

Kun massakeskipistettä käytetään referenssipisteenä, voidaan jäykän kappaleen liike jakaa kahteen osaan: kappaleen massakeskipisteen lineaariseen liikkeeseen ja jäykän kappaleen rotaatioliikkeeseen massakeskipisteen ympäri.



**Kuva 38.** Jäykkään kappaleeseen vaikuttava resultanttivoima ja -momentti, perustuu lähteeseen [18, s. 383].

Kuten kuvassa 38 näkyy, olkoon  $A(x, y, z)$  inertiaalikoordinaatisto,  $C$  jäykän kappaleen  $B$  massakeskipiste,  $\mathbf{p}_c$  massakeskipisteen  $C$  paikkavektori,  $\mathbf{l}^0$  jäykän kappaleen  $B$  liikemäärä origon  $O$  suhteen ilmaistuna inertiaalikoordinaatistossa  $A$  ja  $\mathbf{h}^0$  vastaava liikemäärän momentti. Olkoon  $\mathbf{f}^0$  ja  $\mathbf{n}^0$  jäykkään kappaleeseen  $B$  vaikuttavat resultanttivoimat ja -momentit origon  $O$  suhteen. Tällöin Newton-Euler lait voidaan ilmaista muodossa

$$\mathbf{f}^0 = \frac{d\mathbf{l}^0}{dt}, \quad (94)$$

$$\mathbf{n}^0 = \frac{d\mathbf{h}^0}{dt}. \quad (95)$$

Sovelletaan Newtonin lakia. Kun tiedetään, että liikemäärälle pätee  $\mathbf{l}^0 = m\mathbf{v}_c$  [18, s. 380], missä  $\mathbf{v}_c$  on massakeskipisteen  $C$  lineaarinopeus, ja oletetaan, että kappaleen  $B$  massa  $m$  on vakio, saadaan yhtälö 94 muotoon

$$\mathbf{f}^O = m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt}. \quad (96)$$

Yhtälöä 96 kutsutaan Newtonin liikeyhtälöksi massakeskipisteelle. [18, s. 383–384]

Seuraavaksi käsitellään jäykän kappaleen  $B$  rotaatioliikettä. Liikemäärän momentille origon  $O$  suhteen pätee

$$\mathbf{h}^O = m(\mathbf{p}_c \times \mathbf{v}_c) + \mathbf{h}^C. \quad (97)$$

Kun tätä derivoidaan ajan suhteen, saadaan

$$\frac{d\mathbf{h}^O}{dt} = \frac{d\mathbf{h}^C}{dt} + m \left( \mathbf{p}_c \times \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} \right). \quad (98)$$

Olkoon  $\mathbf{f}^C$  ja  $\mathbf{n}^C$  resultanttivoimat ja -momentit, jotka vaikuttavat massakeskipisteeseen  $C$  kuvan 38 mukaan. Tällöin pätee

$$\mathbf{f}^O = \mathbf{f}^C, \quad (99)$$

$$\mathbf{n}^O = \mathbf{n}^C + \mathbf{p}_c \times \mathbf{f}^C. \quad (100)$$

Sijoittamalla yhtälöt 98 ja 100 yhtälöön 95 ja ottamalla huomioon yhtälöt 96 ja 99, saadaan

$$\mathbf{n}^C = \frac{d\mathbf{h}^C}{dt}. \quad (101)$$

Yhtälön 101 mukaan kappaleen  $B$  liikemäärän momentin muutosnopeus massakeskipisteeseen  $C$  suhteen on yhtä suuri kuin samaan pisteeseen vaikuttava resultanttimomentti. [18, s. 380, 384–385]

Liikemäärän momentille pätee  $C\mathbf{h} = C\mathbf{I}_B * C\boldsymbol{\omega}_B$  [18, s. 381], missä  $C\mathbf{I}_B$  on kappaleen  $B$  hitausmatriisi ilmaistuna massakeskipisteeseen  $C$  koordinaatistossa ja  $C\boldsymbol{\omega}_B$  on kappaleen  $B$  kulmanopeus koordinaatiston  $A$  suhteen ilmaistuna massakeskipisteeseen  $C$  koordinaatistossa. Sijoittamalla tämä kaava yhtälöön 101 ja ilmaisemalla saatu yhtälö koordinaatistossa  $C$ , saadaan

$$C\mathbf{n} = \frac{d(C\mathbf{I}_B * C\boldsymbol{\omega}_B)}{dt}. \quad (102)$$

Yhtälö 102 saadaan derivoinnin jälkeen muotoon

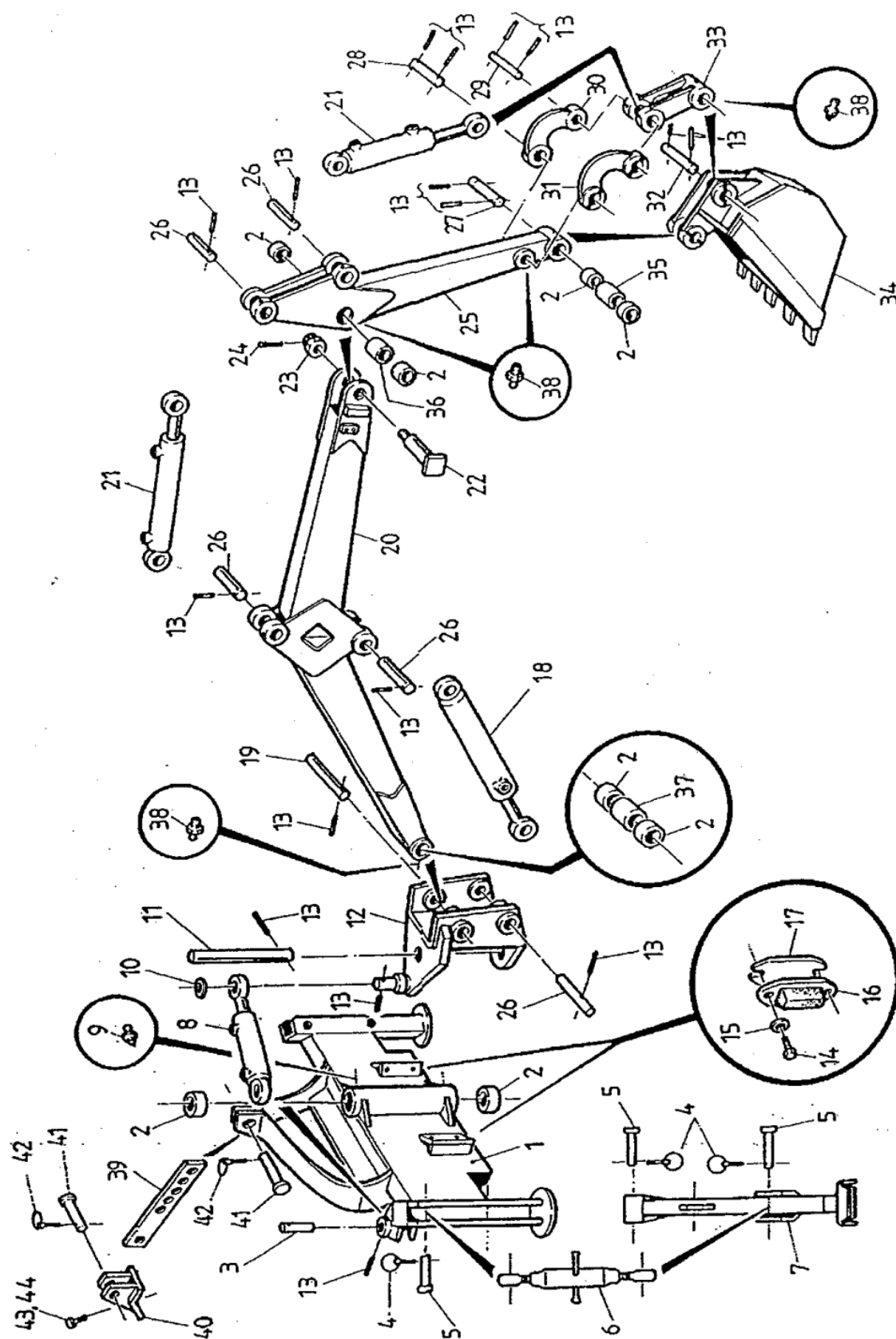
$$C\mathbf{n} = C\mathbf{I}_B * C\dot{\boldsymbol{\omega}}_B + C\boldsymbol{\omega}_B \times (C\mathbf{I}_B * C\boldsymbol{\omega}_B). \quad (103)$$

Yhtälöä 103 kutsutaan Eulerin liikeyhtälöksi massakeskipisteiselle koordinaatistolle. Erikoistapauksessa, jossa massakeskipisteisen koordinaatiston akselit yhtyvät kappaleen  $B$  pääakselien kanssa, yhtälö 103 suppenee muotoon

$$\begin{aligned} n_x &= I_{xx} * \dot{\omega}_x - \omega_y * \omega_z (I_{yy} - I_{zz}), \\ n_y &= I_{yy} * \dot{\omega}_y - \omega_z * \omega_x (I_{zz} - I_{xx}), \\ n_z &= I_{zz} * \dot{\omega}_z - \omega_x * \omega_y (I_{xx} - I_{yy}), \end{aligned} \quad (104)$$

jossa  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  ja  $I_{zz}$  ovat päähitausmomentit massakeskipisteen koordinaatistossa. [18, s. 385–386]

# LIITE C: AVANT 210-MALLIN KAIVURIN TUOTELUETTELO





1	A1174	1	Kaivurin runko
2		8	Laakeri F40/F30 - 30
3	A41733	1	Tappi F30 - 80
4	71727	6	Rengassokka 9,5 mm
5	A41807	6	Tappi
6		2	Työntövarsi l=520
7	A2409	2	Tukijalka
8	A3921	1	Kääntösyylinteri (F63/F32-188)
9	72799	2	Rasvanippa M6
10	A41715	1	Pusla
11	A41732	1	Kääntökseli
12	A2404	1	Kääntörunko
13	71785	17	Jousisokka F10*60
14	73039	4	Kuusioruuvi M8*16
15	73122	4	Aluslevy M8
16		2	Topparikumi
17	A42370	1	Topparin alusta
18	A3919	1	Hydraulisyylinteri F60/F32-350
19	A41735	1	Tappi F30 - 175
20	A1172	1	Nostopuomi
21	A3920	2	Hydraulisyylinteri F60/F32-300
22	A41707	1	Nivel tappi
23	73742	1	Kruunumutteri M27
24	71837	1	Saksisokka F5*50
25	A1171	1	Kaivupuomi
26	A41734	5	Tappi F30-115
27	A41753	1	Tappi F30-153
28	A41731	1	Tappi F25-160
29	A41730	1	Tappi F30-160
30	A3969	1	Nivelvarsi, oikea
31	A3968	1	Nivelvarsi, vasen
32	A41754	1	Tappi F25-153
33	A3970	1	Kauhan nivelvarsi
34	A1180	1	Kauha, 400 mm
	A1173	1	Kauha, 250 mm
35	A41817	1	Väliholkki F38-35
36	A41818	1	Väliholkki F38-40
37	A41819	1	Väliholkki F38-55
38	72798	6	Rasvanippa R1/8"
39	A41760	1	Kiinnityslatta
40	A41825	1	Kiinnityskorvake
41	A41808	2	Lukitustappi F20-80
42	71725	2	Rengassokka 4,5 mm
43	72191	2	Kuusioruuvi M16*40
44	72330	2	Kuusiomutteri M16 Nyloc

## LIITE D: TASAPAINOYHTÄLÖIDEN LASKUKAAVAT

### Kaivurin tasapainoyhtälöt

Kaivurin kuorman ja osien massat

$$m_{\text{kaivu}} := 85.4\text{kg} \quad m_{\text{kuorma}} := 100\text{kg}$$

$$m_{\text{nosto}} := 124.6\text{kg} \quad m_{\text{runko}} := 20\text{kg}$$

Kaivurin kuorman ja osien painot

$$G_{\text{kaivu}} := m_{\text{kaivu}} \cdot g = 837\text{ N} \quad G_{\text{kuorma}} := m_{\text{kuorma}} \cdot g = 981\text{ N}$$

$$G_{\text{nosto}} := m_{\text{nosto}} \cdot g = 1222\text{ N} \quad G_{\text{runko}} := m_{\text{runko}} \cdot g = 196\text{ N}$$

Kaivurin mitat

$$e_1 := 0.76\text{m} \quad e_{11} := 0\text{m}$$

$$e_2 := 0.1\text{m} \quad e_{12} := 0.17\text{m}$$

$$e_3 := 0.17\text{m} \quad e_{13} := 0.1\text{m}$$

$$e_4 := 0.34\text{m} \quad e_{14} := 0.5\text{m}$$

$$e_5 := 0.7\text{m} \quad e_{15} := 1.01\text{m}$$

$$e_6 := 1.4\text{m} \quad e_{16} := 0.12\text{m}$$

$$e_7 := 0.13\text{m} \quad e_{17} := 0.07\text{m}$$

$$e_8 := 0.28\text{m} \quad e_{18} := 0.06\text{m}$$

$$e_9 := 0.7\text{m} \quad e_{19} := 0.125\text{m}$$

$$e_{10} := 0.53\text{m} \quad e_{20} := 0\text{m}$$

Kaivupuomin tasapainoyhtälöt

$$F_y := -G_{\text{kaivu}} - G_{\text{kuorma}} = -1818\text{ N}$$

$$F_x := \frac{-F_y \cdot e_{13} - G_{\text{kaivu}} \cdot e_{14} - G_{\text{kuorma}} \cdot e_{15}}{e_{12}} = -7220\text{ N}$$

$$E_x := F_x = -7220\text{ N}$$

#### Nostopuomin ylemmän sylinterin tasapainoyhtälöt

$$D_x := -E_x = 7220 \text{ N}$$

#### Nostopuomin tasapainoyhtälöistä seuraa

$$C_y = \frac{C_x \cdot e_2 + D_x \cdot e_4 + G_{\text{nosto}} \cdot e_5 - F_y \cdot e_6 + F_x \cdot e_7}{e_1}$$

#### Nostopuomin alemman sylinterin tasapainoyhtälöt

$$C_x \cdot e_8 - C_y \cdot e_9 = 0$$

$$C_y = \frac{e_8}{e_9} \cdot C_x$$

Kun alemman sylinterin tasapainoyhtälöistä saadun tukivoiman  $C_y$  yhtälöön sijoitetaan nostopuomin tasapainoyhtälöistä saadun tukivoiman  $C_y$  yhtälö, saadaan tulokseksi

$$C_x := \frac{D_x \cdot e_4 + G_{\text{nosto}} \cdot e_5 - F_y \cdot e_6 + F_x \cdot e_7}{\frac{e_1 \cdot e_8}{e_9} - e_2} = 24103 \text{ N}$$

$$C_y := \frac{e_8}{e_9} \cdot C_x = 9641 \text{ N}$$

$$B_y := C_y = 9641 \text{ N}$$

$$B_x := C_x = 24103 \text{ N}$$

#### Nostopuomin tasapainoyhtälöt

$$A_y := G_{\text{nosto}} - C_y - F_y = -6601 \text{ N}$$

$$A_x := -D_x - C_x - F_x = -24103 \text{ N}$$

#### Kääntörungon tasapainoyhtälöt

$$H_y := A_y + B_y + G_{\text{runko}} = 3236 \text{ N}$$

$$H_x := A_x + B_x = 0 \text{ N}$$

$$M_H := -A_x \cdot e_{16} + A_y \cdot e_{17} + B_x \cdot e_{18} + B_y \cdot e_{19} = 5082 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

## LIITE E: SUORAN KINEMATIIKAN ALGORITMI

%Suora Kinematiikka

%Lavan ja alustan säteet sekä lavan korkeus

rb = 0.585;

rp = 0.506;

hp = 0.125;

%Sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat

gammap1 = 10.1;

gammap = [gammap1, 120-gammap1, 120+gammap1, -120-gammap1,...  
-120+gammap1, -gammap1];

gammab1 = 53.4;

gammab = [gammab1, 120-gammab1, 120+gammab1, -120-gammab1,...  
-120+gammab1, -gammab1];

%Sylinterin q lavan pään asema lavan koordinaatistossa

Bb(1,:) = rp\*cos(gammap\*pi/180);

Bb(2,:) = rp\*sin(gammap\*pi/180);

Bb(3,:) = [-hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2];

%Sylinterin q alustan pään asema alustan koordinaatistossa

a(1,:) = rb\*cos(gammab\*pi/180);

a(2,:) = rb\*sin(gammab\*pi/180);

a(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];

%Sylinterien pituus nolla iskulla

zeroLength = 0.709;

%Sylinterien nykyiset iskut

stroke1 = 0.225;

stroke2 = 0.225;

stroke3 = 0.225;

stroke4 = 0.225;

stroke5 = 0.225;

stroke6 = 0.225;

%Sylinterien nykyiset pituudet

currLength1 = zeroLength+stroke1;

currLength2 = zeroLength+stroke2;

currLength3 = zeroLength+stroke3;

currLength4 = zeroLength+stroke4;

currLength5 = zeroLength+stroke5;

currLength6 = zeroLength+stroke6;

l\_curr = [currLength1, currLength2, currLength3, currLength4,...  
currLength5, currLength6]';

%Lavan aseman ja orientaation alkuarvaus

Assumdedp\_x = 0;

Assumdedp\_y = 0;

Assumdedp\_z = 0.6818;

Assumdedp\_psi = 0;

Assumdedp\_theta = 0;

Assumdedp\_phi = 0;

Assumdedp = [Assumdedp\_x, Assumdedp\_y, Assumdedp\_z,...  
Assumdedp\_psi\*(pi/180), Assumdedp\_theta\*(pi/180),...  
Assumdedp\_phi\*(pi/180)]';

```

%Iteraatiokierrosten lukumäärä
ii = 1;
end_i = 100;
finalp = zeros(end_i,6);

while (ii < end_i)
    x = Assumedp(1);
    y = Assumedp(2);
    z = Assumedp(3);
    psi = Assumedp(4);
    theta = Assumedp(5);
    phi = Assumedp(6);

    %Lavan rotaatiomatriisi
    cpsi = cos(psi);
    ctheta = cos(theta);
    cphi = cos(phi);
    spsi = sin(psi);
    stheta = sin(theta);
    sphi = sin(phi);
    ARB = [ctheta*cphi, -ctheta*sphi, stheta;
            spsi*stheta*cphi+cpsi*sphi, -spsi*stheta*sphi+cpsi*cphi,...
            -spsi*ctheta;
            -cpsi*stheta*cphi+spsi*sphi, cpsi*stheta*sphi+spsi*cphi,...
            cpsi*ctheta];

    %Sylinterin q lavan pään asema alustan koordinaatistossa
    b = ARB*Bb;

    %Lavan massakeskipisteen asema alustan koordinaatistossa
    p = [x, y, z]';
    P = [p, p, p, p, p, p];

    %Sylinterin vektori
    D = b+P-a;

    %Sylinterien yksikkövektorit
    q = 1;
    s = zeros(6,3);
    while (q <= 6)
        s(q,:) = D(:,q)/norm(D(:,q));
        q = q+1;
    end

    %Jacobin matriisi
    q = 1;
    J = zeros(6);
    while (q <= 6)
        J(q,:) = [s(q,:), cross(b(:,q), s(q,:))];
        q = q+1;
    end

    %Suora kinematiikka
    q = 1;
    g = zeros;
    while (q <= 6)
        g(q) = norm(ARB*Bb(:,q)+p-a(:,q))-l_curr(q);
        q = q+1;
    end

```

```

    Assumedp = Assumedp - inv(J)*(g');

    %Yhden iteraatiokierroksen tulos
    finalp(ii,:) = Assumedp';

    ii = ii+1;
end

%Lavan asema ja orientaatio alustan koordinaatistossa
Assumedp(4) = Assumedp(4)*(180/pi);
Assumedp(5) = Assumedp(5)*(180/pi);
Assumedp(6) = Assumedp(6)*(180/pi);

%Iteraatiokierrosten tulosten kuvaaja
t = 0:0.005:end_i*0.005-0.005;
figure(1)
clf;
plot(t', finalp, 'r')

```

## LIITE F: KÄÄNTEISEN KINEMATIIKAN ALGORITMI

%Käänteinen kinematiikka

%Lavan alkuasema ja -orientaatio

```
iniPOx = 0;
iniPOy = 0;
iniPOz = 0.9021;
iniPOpsi = 0;
iniPOtheta = 0;
iniPOphi = 0;
iniPO = [iniPOx, iniPOy, iniPOz, iniPOpsi*(pi/180),...
         iniPOtheta*(pi/180), iniPOphi*(pi/180)]';
```

%Lavan ja alustan säteet sekä lavan korkeus

```
rb = 0.585;
rp = 0.506;
hp = 0.125;
```

%Sylinterien pituus nolla iskulla

```
zeroLength = 0.709;
```

%Sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat

```
gammap1 = 10.1;
gammap = [gammap1, 120-gammap1, 120+gammap1, -120-gammap1,...
          -120+gammap1, -gammap1];
gammab1 = 53.4;
gammab = [gammab1, 120-gammab1, 120+gammab1, -120-gammab1,...
          -120+gammab1, -gammab1];
```

%Sylinterin q lavan pään asema lavan koordinaatistossa

```
Bb(1,:) = rp*cos(gammap*pi/180);
Bb(2,:) = rp*sin(gammap*pi/180);
Bb(3,:) = [-hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2];
```

%Sylinterin q alustan pään asema alustan koordinaatistossa

```
a(1,:) = rb*cos(gammab*pi/180);
a(2,:) = rb*sin(gammab*pi/180);
a(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];
```

%Lavan massakeskipisteen asema alustan koordinaatistossa

```
p = [iniPO(1), iniPO(2), iniPO(3)]';
P = [p, p, p, p, p, p];
```

%Lavan rotaatiomatriisi

```
cpsi = cos(iniPO(4));
ctheta = cos(iniPO(5));
cphi = cos(iniPO(6));
spsi = sin(iniPO(4));
stheta = sin(iniPO(5));
sphi = sin(iniPO(6));
ARB = [ctheta*cphi, -ctheta*sphi, stheta,
       spsi*stheta*cphi+cpsi*sphi, -spsi*stheta*sphi+cpsi*cphi,...
       -spsi*ctheta,
       -cpsi*stheta*cphi+spsi*sphi, cpsi*stheta*sphi+spsi*cphi,...
       cpsi*ctheta];
```

```

%Sylinterien pituudet
j = 1;
D = zeros(3,6);
l = zeros;
while (j <= 6)
    D(:,j) = ARB*Bb(:,j)+P(:,j)-a(:,j);
    l(j) = norm(D(:,j));
    j = j+1;
end

%Sylinterien iskut
actuators_strokes(1) = l(1)-zeroLength;
actuators_strokes(2) = l(2)-zeroLength;
actuators_strokes(3) = l(3)-zeroLength;
actuators_strokes(4) = l(4)-zeroLength;
actuators_strokes(5) = l(5)-zeroLength;
actuators_strokes(6) = l(6)-zeroLength;

```



## LIITE G: STAATTISTEN SYLINTERIVOIMIEN ALGORITMI

```
%Statiikka ja jäykkyysanalyysi

%Lavan alkuasema ja -orientaatio
iniPOx = 0;
iniPOy = 0;
iniPOz = 0.9021;
iniPOpsi = 0;
iniPOtheta = 0;
iniPOphi = 0;
iniPO = [iniPOx, iniPOy, iniPOz, iniPOpsi*(pi/180), ...
        iniPOtheta*(pi/180), iniPOphi*(pi/180)]';

%Lavan sekä kaivurin osien ja kuorman massat
mp = 82.6+85.4+124.6+20+100;
g = -9.81;

%Kuormavoimat ja -momentit
fx = 0;
fy = 0;
fz = mp*g;
Mx = 0;
My = 5100;
Mz = 0;
F_out = [fx, fy, fz, Mx, My, Mz]';

%Alustan ja lavan säteet sekä lavan korkeus
rb = 0.585;
rp = 0.506;
hp = 0.125;

%Männän ja männänvarren säteet sekä vastaavat poikkipinta-alat
dp = 0.04;
dr = 0.025;
Ap = (pi*dp^2)/4;
Ar = (pi*dr^2)/4;
Are = Ap-Ar;

%Sylinterien iskut
l_max = 0.4;
l1 = 0.2;
l2 = 0.2;
l3 = 0.2;
l4 = 0.2;
l5 = 0.2;
l6 = 0.2;
l = [l1, l2, l3, l4, l5, l6]';

%Sylinterin pohjan ja männänvarren puoleisten kammioiden tilavuudet
q = 1;
Vp = zeros;
Vr = zeros;
while (q <= 6)
    Vp(q) = Ap*l(q);
    Vr(q) = Are*(l_max-l(q));
    q = q+1;
end
```

```

%Nesteen puristuskerroin
Kf = 1.5*10^9;

%Sylinterin puristuskerroin
E = 190*10^9; %Sylinterin materiaalin kimmokerroin
t = 0.005; %Sylinterin seinien paksuus
Ka = E*t/dp;

%Tehollinen puristuskerroin
Ke = 1/((1/Kf)+(1/Ka));

%Sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat
gammap1 = 10.1;
gammap = [gammap1, 120-gammap1, 120+gammap1, -120-gammap1,...
          -120+gammap1, -gammap1];
gammab1 = 53.4;
gammab = [gammab1, 120-gammab1, 120+gammab1, -120-gammab1,...
          -120+gammab1, -gammab1];

%Sylinterin q lavan pään asema lavan koordinaatistossa
Bb(1,:) = rp*cos(gammap*pi/180);
Bb(2,:) = rp*sin(gammap*pi/180);
Bb(3,:) = [-hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2];

%Sylinterin q alustan pään asema alustan koordinaatistossa
a(1,:) = rb*cos(gammab*pi/180);
a(2,:) = rb*sin(gammab*pi/180);
a(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];

%Lavan rotaatiomatriisi
cpsi = cos(iniPO(4));
ctheta = cos(iniPO(5));
cphi = cos(iniPO(6));
spsi = sin(iniPO(4));
stheta = sin(iniPO(5));
sphi = sin(iniPO(6));
ARB = [ctheta*cphi, -ctheta*sphi, stheta;
       spsi*stheta*cphi+cpsi*sphi, -spsi*stheta*sphi+cpsi*cphi,...
       -spsi*ctheta;
       -cpsi*stheta*cphi+spsi*sphi, cpsi*stheta*sphi+spsi*cphi,...
       cpsi*ctheta];

%Sylinterin q lavan pään asema alustan koordinaatistossa
b = ARB*Bb;

%Lavan massakeskipisteen asema alustan koordinaatistossa
p = [iniPO(1), iniPO(2), iniPO(3)]';
P = [p, p, p, p, p, p];

%Sylinterin vektori
D = b+P-a;

```

```

%Sylinterin q yksikkövektori
q = 1;
s = zeros(3,6);
cP = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    s(:,q) = D(:,q)/(norm(D(:,q)));
    cP(:,q) = cross(Bb(:,q),s(:,q));
    q = q+1;
end

%Jacobiin matriisi
J = [s(:,1), s(:,2), s(:,3), s(:,4), s(:,5), s(:,6);
     cP(:,1), cP(:,2), cP(:,3), cP(:,4), cP(:,5), cP(:,6)];

%Sylintereitä kuormittavat staattiset voimat
F_act = inv(J)*F_out;

%Diagonaali jousimatriisi
q = 1;
k = zeros;
while (q <= 6)
    if (F_act(q) < 0)
        k(q) = (Ke*Ap^2)/Vp(q);
    else
        k(q) = (Ke*Are^2)/Vr(q);
    end
    q = q+1;
end
ks = diag(k);

%Liikealustan jäykkyyismatriisi
K = J'*ks*J;

%Nivelien jousto
deltaq = inv(ks)*F_act;

%Lavan jousto
deltax = inv(J)*deltaq;
X = [deltax(1), deltax(2), deltax(3), deltax(4)*(180/pi),...
     deltax(5)*(180/pi), deltax(6)*(180/pi)];

%Lavaa kuormittavat voimat
Fp = K*deltax;

```

## LIITE H: SYLINTERIN NURJAHDUSTARKASTELU JA HYDRAULISET JOUSIVAKIOT

### Nykyisten sylinterien parametrit

$$\text{GPa} := 10^9 \text{ Pa} \quad \text{bar} := 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Syöttöpaine} \quad p_s := 70 \text{ bar}$$

$$\text{Männän halkaisija} \quad d_p := 0.04 \text{ m}$$

$$\text{Männänvarren halkaisija} \quad d_r := 0.025 \text{ m}$$

$$\text{Männän pinta-ala} \quad A_p := \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} = 0.00126 \text{ m}^2$$

$$\text{Männänvarren pinta-ala} \quad A_r := \frac{\pi \cdot d_r^2}{4} = 0.00049 \text{ m}^2$$

$$\text{Männänvarren puoleinen pinta-ala} \quad A_{rc} := A_p - A_r = 0.00077 \text{ m}^2$$

$$\text{Kuormavoimat} \quad F_L := 9500 \text{ N}$$

$$\text{Männän kimmomoduuli} \quad E := 190 \text{ GPa}$$

$$\text{Nesteen puristuskerroin} \quad K_f := 2.3 \text{ GPa}$$

$$\text{Sylinterin seinämän paksuus} \quad s := 0.005 \text{ m}$$

$$\text{Sylinterin puristuskerroin} \quad K_c := \frac{E \cdot s}{d_p} = 23.8 \cdot \text{GPa}$$

$$\text{Tehollinen puristuskerroin} \quad K_e := \frac{1}{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_c}} = 2.1 \cdot \text{GPa}$$

$$\text{Sylinterin isku 1} \quad l_{c1} := 0 \text{ m}$$

$$\text{Sylinterin isku 2} \quad l_{c2} := 0.2 \text{ m}$$

$$\text{Sylinterin isku 3} \quad l_{c3} := 0.4 \text{ m}$$

$$\text{Sylinterin maksimi isku} \quad l_{\max} := 0.4 \text{ m}$$

Männänvarren puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 0 mm

$$V_{r1} := A_{rc} \cdot (l_{\max} - l_{c1}) = 0.00031 \cdot \text{m}^3$$

Männänvarren puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 200 mm

$$V_{r2} := A_{rc} \cdot (l_{\max} - l_{c2}) = 0.00015 \cdot \text{m}^3$$

Männän puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 200 mm

$$V_{p2} := A_p \cdot l_{c2} = 0.00025 \cdot \text{m}^3$$

Männän puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 400 mm

$$V_{p3} := A_p \cdot l_{c3} = 0.0005 \cdot \text{m}^3$$

## **Hydrauliset jousivakiot**

Männänvarren puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 0 mm

$$k_{Hr1} := \frac{K_e \cdot A_{rc}^2}{V_{r1}} = 4.014 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Männänvarren puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 200 mm

$$k_{Hr2} := \frac{K_e \cdot A_{rc}^2}{V_{r2}} = 8.029 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Männän puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 200 mm

$$k_{Hp2} := \frac{K_e \cdot A_p^2}{V_{p2}} = 13.175 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Männän puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 400 mm

$$k_{Hp3} := \frac{K_e \cdot A_p^2}{V_{p3}} = 6.588 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Nurjahdustarkastelu

### 1) Nurjahduspituus

Männänvarren säde

$$r_r := \frac{d_r}{2} = 0.0125 \text{ m}$$

Männänvarren poikkipinnan  
neliömomentti

$$I := \frac{\pi \cdot r_r^4}{4} = 1.92 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

Varmuuskerroin

$$C := 4$$

Nurjahduspituus

$$l_r := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{C \cdot F_L}} = 0.973 \text{ m} < 1.175 \text{ m}$$

eli sylinteri nurjahtaa

### 2) Nurjahdusvoima

Sylinterin pituus,  
isku 400 mm

$$l_r := 1.175 \text{ m}$$

Nurjahdusvoima

$$F_b := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{C \cdot l_r^2} = 6511 \text{ N} < \text{kuormavoima}$$

eli sylinteri nurjahtaa

## LIITE I: UUSIEN SYLINTERIEN MITOITUS

### Uusien sylinterin mitoitus

Syöttöpaine  $p_s := 70\text{bar}$

Kuormavoima  $F_{L2} := 9500\text{N}$

Uusien sylinterien halkaisija täytyy olla, jotta ne pystyisivät tuottamaan vaaditun voiman

$$F_{L2} = p_s \cdot A$$

$$F_{L2} = p_s \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d := \sqrt{\frac{4 \cdot F_{L2}}{p_s \cdot \pi}} = 0.0416\text{ m}$$

Valitaan sylinterin kooksi 50/30.

Männän halkaisija  $d_{p\_uusi} := 0.05\text{m}$

Männänvarren halkaisija  $d_{r\_uusi} := 0.03\text{m}$

Männän pinta-ala  $A_{p\_uusi} := \frac{\pi \cdot d_{p\_uusi}^2}{4} = 0.00196\text{ m}^2$

Männänvarren pinta-ala  $A_{r\_uusi} := \frac{\pi \cdot d_{r\_uusi}^2}{4} = 0.00071\text{ m}^2$

Männänvarren puoleinen pinta-ala  $A_{rc\_uusi} := A_{p\_uusi} - A_{r\_uusi} = 0.00126\text{ m}^2$

Sylinterin isku 1  $l_{c1} := 0\text{m}$

Sylinterin isku 2  $l_{c2} := 0.225\text{m}$

Sylinterin isku 3  $l_{c3} := 0.45\text{m}$

Sylinterin maksimi isku  $l_{\max} := 0.45\text{m}$

Uusi sylinteri pystyy maksimissaan tuottamaan voiman

$$p := 210 \text{ bar}$$

$$F := p \cdot A_{p\_uusi} = 41233 \text{ N}$$

## Hydraulinen jousivakio

Männän kimmomoduuli

$$E_{\text{mäntä}} := 205 \text{ GPa}$$

Sylinteriputken kimmomoduuli

$$E_{\text{sylinteriputki}} := 210 \text{ GPa}$$

Öljyn puristuskerroin

$$K_f := 1.5 \text{ GPa}$$

Sylinterin seinämän paksuus

$$s_{\text{uusi}} := 0.005 \text{ m}$$

Sylinterin puristuskerroin

$$K_{c\_uusi} := \frac{E_{\text{sylinteriputki}} \cdot s_{\text{uusi}}}{d_{p\_uusi}} = 21 \cdot \text{GPa}$$

Tehollinen puristuskerroin

$$K_{e\_uusi} := \frac{1}{\frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_{c\_uusi}}} = 1.4 \cdot \text{GPa}$$

Männänvarren puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 0 mm

$$V_{r\_uusi1} := A_{rc\_uusi} \cdot (l_{\text{max}} - l_{c1}) = 0.00057 \cdot \text{m}^3$$

Männänvarren puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 225 mm

$$V_{r\_uusi2} := A_{rc\_uusi} \cdot (l_{\text{max}} - l_{c2}) = 0.00028 \cdot \text{m}^3$$

Männän puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 225 mm

$$V_{p\_uusi2} := A_{p\_uusi} \cdot l_{c2} = 0.00044 \cdot \text{m}^3$$

Männän puoleisen  
sylinterikammion tilavuus,  
isku 450 mm

$$V_{p\_uusi3} := A_{p\_uusi} \cdot l_{c3} = 0.00088 \cdot \text{m}^3$$



Männänvarren puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 0 mm

$$k_{Hr\_uusi1} := \frac{K_{e\_uusi} \cdot A_{rc\_uusi}^2}{V_{r\_uusi1}} = 3.91 \times 10^6 \cdot \frac{N}{m}$$

Männänvarren puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 225 mm

$$k_{Hr\_uusi2} := \frac{K_{e\_uusi} \cdot A_{rc\_uusi}^2}{V_{r\_uusi2}} = 7.819 \times 10^6 \cdot \frac{N}{m}$$

Männän puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 225 mm

$$k_{Hp\_uusi2} := \frac{K_{e\_uusi} \cdot A_{p\_uusi}^2}{V_{p\_uusi2}} = 12.217 \cdot 10^6 \cdot \frac{N}{m}$$

Männän puoleisen nesteen  
jousivakio, isku 450 mm

$$k_{Hp\_uusi3} := \frac{K_{e\_uusi} \cdot A_{p\_uusi}^2}{V_{p\_uusi3}} = 6.109 \times 10^6 \cdot \frac{N}{m}$$

## **Nurjahdustarkastelu**

### **1) Nurjahduspituus**

Männänvarren säde

$$r_{r\_uusi} := \frac{d_{r\_uusi}}{2} = 0.015 \text{ m}$$

Männänvarren poikkipinnan  
neliömomentti

$$I_{uusi} := \frac{\pi \cdot r_{r\_uusi}^4}{4} = 3.98 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

Varmuuskerroin

$$C := 4$$

Nurjahduspituus

$$l_{r\_uusi} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_{m\ddot{a}nt\ddot{a}} \cdot I_{uusi}}{C \cdot F_{L2}}} = 1.455 \text{ m} > 1.159 \text{ m}$$

eli sylinteri ei nurjahda

### **2) Nurjahdusvoima**

Sylinterin pituus,  
isku 400 mm

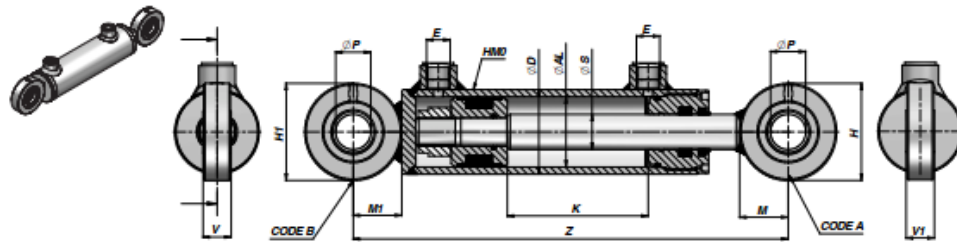
$$l_{r\_uusi} := 1.159 \text{ m}$$

Nurjahdusvoima

$$F_{b\_uusi} := \frac{\pi^2 \cdot E_{m\ddot{a}nt\ddot{a}} \cdot I_{uusi}}{C \cdot l_{r\_uusi}^2} = 14972 \text{ N} > \text{kuormavoima}$$

eli sylinteri ei nurjahda

## LIITE J: HMC-SYLINTERIN TEKNINEN ESITE



M250

Codice Code Bestell-Nr.	K	Z	kg	E BSP	ØP	H	V	M	H1	V1	M1	Code A	Code B	Codice Code Bestell-Nr.	K	Z	kg
ØD 42 ØAL 32 ØS 20																	
HMC032200050	50	195	1,46	1/4"	15	40	12	20	40	12	20	CAGEG04002615	CAGEG04002615				
HMC032200100	100	245	1,76														
HMC032200150	150	295	2,11														
HMC032200200	200	345	2,46														
HMC032200250	250	395	2,86														
HMC032200300	300	445	3,16														
HMC032200400	400	545	3,86														
HMC032200500	500	645	4,56														
ØD 50 ØAL 40 ØS 20														ØD 50 ØAL 40 ØS 25			
HMC1200100	100	280	2,53	1/4"	20	50	16	25	50	16	25	CAGEG05003520	CAGEG05003520	HMC1250100	100	280	2,76
HMC1200150	150	330	2,93											HMC1250150	150	330	3,21
HMC1200200	200	380	3,31											HMC1250200	200	380	3,65
HMC1200250	250	430	3,71											HMC1250250	250	430	4,11
HMC1200300	300	480	4,11											HMC1250300	300	480	4,58
HMC1200350	350	530	4,53											HMC1250350	350	530	5,05
HMC1200400	400	580	4,91											HMC1250400	400	580	5,52
HMC1200450	450	630	5,34											HMC1250450	450	630	5,98
HMC1200500	500	680	5,75					HMC1250500	500	680	6,46						
								HMC1250550	550	730	6,86						
								HMC1250600	600	780	7,39						
ØD 60 ØAL 50 ØS 25														ØD 60 ØAL 50 ØS 30			
HMC2250100	100	309	4,04	3/8"	25	69	20	34,5	69	20	34,5	CAGEG06004225	CAGEG06004225	HMC2300150	150	359	4,86
HMC2250150	150	359	4,58											HMC2300200	200	409	5,49
HMC2250200	200	409	5,09											HMC2300250	250	459	6,10
HMC2250250	250	459	5,60											HMC2300300	300	509	6,72
HMC2250300	300	509	6,10											HMC2300350	350	559	7,30
HMC2250350	350	559	6,69											HMC2300400	400	609	7,95
HMC2250400	400	609	7,15											HMC2300450	450	659	8,55
HMC2250450	450	659	8,05											HMC2300500	500	709	9,17
HMC2250500	500	709	8,18	HMC2300550	550	759	9,79										
HMC2250550	550	759	8,81	HMC2300600	600	809	10,39										
HMC2250600	600	809	9,21					HMC2300700	700	909	11,60						
								HMC2300800	800	1009	12,85						
HMC2250800	800	1009	11,46					HMC2301000	1000	1209	15,32						
HMC2251000	1000	1209	13,62														
ØD 70 ØAL 60 ØS 30														ØD 70 ØAL 60 ØS 35			
HMC3300100	100	329	5,57	3/8"	25	69	20	34,5	69	20	34,5	CAGEG06004225	CAGEG06004225	HMC3350100	100	329	5,82
HMC3300150	150	379	6,30											HMC3350150	150	379	6,60
HMC3300200	200	429	6,95											HMC3350200	200	429	7,35
HMC3300250	250	479	7,62											HMC3350250	250	479	8,15
HMC3300300	300	529	8,30											HMC3350300	300	529	8,90
HMC3300350	350	579	8,95											HMC3350350	350	579	9,69
HMC3300400	400	629	9,65											HMC3350400	400	629	10,47
HMC3300450	450	679	10,28											HMC3350450	450	679	11,22
HMC3300500	500	729	11,00	HMC3350500	500	729	12,00										
HMC3300550	550	779	11,61	HMC3350550	550	779	12,75										
HMC3300600	600	829	12,35	HMC3350600	600	829	13,56										
HMC3300800	800	1029	15,01	HMC3350800	800	1029	16,62										
HMC3301000	1000	1229	17,75	HMC3351000	1000	1229	19,66										

MATERIALE - MATERIAL:

TUBO - TUBE - ROHR: ACCIAIO - STEEL - STAHL St 52.3 DIN 2393 ISO H9

STELO - ROD - KOLBENSTANGE:

ACCIAIO - STEEL - STAHL UNI C45 SAE 1045 - CROMO - CHROME - CHROM: 25 MICRON ±5 Rating 9/120 h ISO 10289 - 1999/ISO 9227-NSS

## LIITE K: DYNAAMISTEN SYLINTERIVOIMIEN ALGORITMI

%Käänteinen dynamiikka

%Lavan alkuasema ja -orientaatio

```
iniPOx = 0;
iniPOy = 0;
iniPOz = 0.9021;
iniPOpsi = 0;
iniPOtheta = 0;
iniPOphi = 0;
iniPO = [iniPOx, iniPOy, iniPOz, iniPOpsi*(pi/180),...
        iniPOtheta*(pi/180), iniPOphi*(pi/180)]';
```

%Lavan alkunopeus

```
iniVu = 0;
iniVv = 0;
iniVw = 0;
iniVpsi = 0;
iniVtheta = 0;
iniVphi = 0;
iniVel = [iniVu, iniVv, iniVw, iniVpsi*(pi/180),...
        iniVtheta*(pi/180), iniVphi*(pi/180)]';
```

%Lavan alkukiihtyvyys

```
iniAu = 0;
iniAv = 0;
iniAw = 0;
iniApsi = 0;
iniAtheta = 0;
iniAphi = 0;
iniA = [iniAu, iniAv, iniAw, iniApsi*(pi/180), iniAtheta*(pi/180),...
        iniAphi*(pi/180)]';
```

%Sylinteriputken ja männän parametrit

```
zeroLength = 0.709; %Sylinterin kokonaispituus nolla iskulla
L1 = 0.665; %Sylinteriputken pituus
L2 = 0.595; %Männänvarren pituus
e1 = L1/2; %Sylinteriputken massakeskipisteen etäisyys
e2 = L2/2; %Männän massakeskipisteen etäisyys
d11 = 0.05; %Sylinteriputken sisähalkaisija
d12 = 0.06; %Sylinteriputken ulkohalkaisija
r11 = d11/2; %Sylinteriputken sisäsäde
r12 = d12/2; %Sylinteriputken ulkosäde
d2 = 0.03; %Männänvarren halkaisija
r2 = d2/2; %Männänvarren säde
m1 = 6.8; %Sylinteriputken massa
m2 = 3.8; %Männän massa
```

%Alustan ja lavan säteet sekä lavan korkeus

```
rb = 0.585;
rp = 0.506;
hp = 0.125;
```

%Sylinterien lavan ja alustan päiden kulmat

```
gammap1 = 10.1;
gammap = [gammap1, 120-gammap1, 120+gammap1, -120-gammap1,...
        -120+gammap1,-gammap1];
gammab1 = 53.4;
```

```

gammab = [gammab1, 120-gammab1, 120+gammab1, -120-gammab1,...
          -120+gammab1, -gammab1];

%Sylinterin q lavan pään asema lavan koordinaatistossa
Bb(1,:) = rp*cos(gammab*pi/180);
Bb(2,:) = rp*sin(gammab*pi/180);
Bb(3,:) = [-hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2, -hp/2];

%Sylinterin q alustan pään asema alustan koordinaatistossa
a(1,:) = rb*cos(gammab*pi/180);
a(2,:) = rb*sin(gammab*pi/180);
a(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];

%Lavan sekä kaivurin osien ja kuorman massat
mp = 82.6+85.4+124.6+20+100;
g = 9.81;

%Lavaa kuormittavat momentit
tu = 0;
tv = 5100;
tw = 0;

%Sylinteriputken ja männän päähitausmomentit
I1x = m1*(3*(r12^2+r11^2)+(L1^2))/12;
I1y = I1x;
I2x = m2*(3*(r2^2)+(L2^2))/12;
I2y = I2x;

%Lavan päähitausmomentit
Ipu = mp*(3*(rp^2)+(hp^2))/12;
Ipv = Ipu;
Ipw = (mp*(rp^2))/2;

%Aika parametrit
t = 0;
dt = 0.001;
t = t+dt;
t_max = 0.3;
w = 1;

%Edellisen iteraatiokierroksen lavan asema ja nopeus
lastPO = [iniPO(1), iniPO(2), iniPO(3), iniPO(4), iniPO(5),...
          iniPO(6)]';
lastVel = [iniVel(1), iniVel(2), iniVel(3), iniVel(4), iniVel(5),...
          iniVel(6)]';

%Datavektorien tyhjennys
xdata = zeros;
ydata_f1 = zeros;
ydata_f2 = zeros;
ydata_f3 = zeros;
ydata_f4 = zeros;
ydata_f5 = zeros;
ydata_f6 = zeros;
ydata_l1 = zeros;
ydata_l2 = zeros;
ydata_l3 = zeros;
ydata_l4 = zeros;
ydata_l5 = zeros;
ydata_l6 = zeros;

```

```

ydata_v1 = zeros;
ydata_v2 = zeros;
ydata_v3 = zeros;
ydata_v4 = zeros;
ydata_v5 = zeros;
ydata_v6 = zeros;

%Sylinterivoimien ratkaiseminen
while (t <= t_max+dt)

    %Lavan asema ja orientaatio
    q = 1;
    Vel = zeros;
    pos = zeros;
    while (q <= 6)
        Vel(q) = iniA(q)*dt+lastVel(q);
        pos(q) = lastPO(q)+lastVel(q)*dt+0.5*iniA(q)*(dt^2);
        q = q+1;
    end

    %Lavan rotaatiomatriisi
    cpsi = cos(pos(4));
    ctheta = cos(pos(5));
    cphi = cos(pos(6));
    spsi = sin(pos(4));
    stheta = sin(pos(5));
    sphi = sin(pos(6));
    ARB = [ctheta*cphi, -ctheta*sphi, stheta;
           spsi*stheta*cphi+cpsi*sphi, -spsi*stheta*sphi+cpsi*cphi,...
           -spsi*ctheta;
           -cpsi*stheta*cphi+spsi*sphi, cpsi*stheta*sphi+spsi*cphi,...
           cpsi*ctheta];

    %Sylinterin q lavan pään asema alustan koordinaatistossa
    b = ARB*Bb;

    %Lavan massakeskipisteen asemavektori
    p = [pos(1), pos(2), pos(3)]';
    P = [p, p, p, p, p, p];

    %Sylinterin vektori
    D = b+P-a;

    %Sylinterien pituudet
    q = 1;
    l = zeros;
    while (q <= 6)
        l(q) = norm(D(:,q));
        q = q+1;
    end

    %Sylinterien yksikkövektorit
    q = 1;
    s = zeros(6,3);
    while (q <= 6)
        s(q,:) = D(:,q)/l(q);
        q = q+1;
    end
end

```

```

%Sylinterien kulmat
q = 1;
sTHETA = zeros;
cTHETA = zeros;
cPSI = zeros;
sPSI = zeros;
while (q <= 6)
    sTHETA(q) = s(q,1);
    cTHETA(q) = sqrt(s(q,2)^2+s(q,3)^2);
    cPSI(q) = s(q,3)/cTHETA(q);
    sPSI(q) = -s(q,2)/cTHETA(q);
    q = q+1;
end

%Sylinterien rotaatiomatriisit
AR1 = [cTHETA(1), 0, sTHETA(1);
        sPSI(1)*sTHETA(1), cPSI(1), -sPSI(1)*cTHETA(1);
        -cPSI(1)*sTHETA(1), sPSI(1), cPSI(1)*cTHETA(1)];

AR2 = [cTHETA(2), 0, sTHETA(2);
        sPSI(2)*sTHETA(2), cPSI(2), -sPSI(2)*cTHETA(2);
        -cPSI(2)*sTHETA(2), sPSI(2), cPSI(2)*cTHETA(2)];

AR3 = [cTHETA(3), 0, sTHETA(3);
        sPSI(3)*sTHETA(3), cPSI(3), -sPSI(3)*cTHETA(3);
        -cPSI(3)*sTHETA(3), sPSI(3), cPSI(3)*cTHETA(3)];

AR4 = [cTHETA(4), 0, sTHETA(4);
        sPSI(4)*sTHETA(4), cPSI(4), -sPSI(4)*cTHETA(4);
        -cPSI(4)*sTHETA(4), sPSI(4), cPSI(4)*cTHETA(4)];

AR5 = [cTHETA(5), 0, sTHETA(5);
        sPSI(5)*sTHETA(5), cPSI(5), -sPSI(5)*cTHETA(5);
        -cPSI(5)*sTHETA(5), sPSI(5), cPSI(5)*cTHETA(5)];

AR6 = [cTHETA(6), 0, sTHETA(6);
        sPSI(6)*sTHETA(6), cPSI(6), -sPSI(6)*cTHETA(6);
        -cPSI(6)*sTHETA(6), sPSI(6), cPSI(6)*cTHETA(6)];

%Lavan kulmanopeus alustan koordinaatistossa
omegap = [Vel(4)+Vel(6)*stheta;
           Vel(5)*cpsi-Vel(6)*spsi*ctheta;
           Vel(5)*spsi+Vel(6)*cpsi*ctheta];

%Lavan kulmakiihtyvyys alustan koordinaatistossa
dotomegap = [iniA(4)+iniA(6)*stheta+Vel(6)*Vel(5)*ctheta;
              iniA(5)*cpsi-Vel(5)*Vel(4)*spsi-iniA(6)*...
              spsi*ctheta-Vel(6)*Vel(4)*cpsi*ctheta+Vel(6)*...
              *Vel(5)*spsi*stheta;
              iniA(5)*spsi+Vel(5)*Vel(4)*cpsi+iniA(6)*...
              *cpsi*ctheta-Vel(6)*Vel(4)*spsi*ctheta-...
              Vel(6)*Vel(5)*cpsi*stheta];

```

```

%Lavan nivelen nopeus
q = 1;
V = [Vel(1), Vel(2), Vel(3)]';
vb = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    vb(:,q) = V+cross(omegap,b(:,q));
    q = q+1;
end

%Lavan nivelen nopeus sylinterin koordinaatistossa
ivb(:,1) = AR1'*vb(:,1);
ivb(:,2) = AR2'*vb(:,2);
ivb(:,3) = AR3'*vb(:,3);
ivb(:,4) = AR4'*vb(:,4);
ivb(:,5) = AR5'*vb(:,5);
ivb(:,6) = AR6'*vb(:,6);

%Sylinterin q kulmanopeus
q = 1;
iOMEGA = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    iOMEGA(:,q) = [-ivb(2,q), ivb(1,q), 0]'/l(q);
    q = q+1;
end

%Lavan nivelen kiihtyvyys alustan koordinaatistossa
q = 1;
A = [iniA(1), iniA(2), iniA(3)]';
dotvb = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    dotvb(:,q) = A+cross(dotomegap,b(:,q))+cross(omegap,...
        cross(omegap,b(:,q)));
    q = q+1;
end

%Lavan nivelen kiihtyvyys sylinterin koordinaatistossa
idotvb(:,1) = AR1'*dotvb(:,1);
idotvb(:,2) = AR2'*dotvb(:,2);
idotvb(:,3) = AR3'*dotvb(:,3);
idotvb(:,4) = AR4'*dotvb(:,4);
idotvb(:,5) = AR5'*dotvb(:,5);
idotvb(:,6) = AR6'*dotvb(:,6);

%Sylinterin q kulmakiihtyvyys
q = 1;
idotOMEGA = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    idotOMEGA(:,q) = [-idotvb(2,q)+2*ivb(3,q)*ivb(2,q)/l(q),...
        idotvb(1,q)-2*ivb(3,q)*ivb(1,q)/l(q), 0]'/l(q);
    q = q+1;
end

```

```

%Sylinteriputken ja männän massakeskipisteiden kiihtyvyydet
q = 1;
idotv1 = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    idotv1(:,q) = (e1/l(q))*[idotvb(1,q)-2*ivb(3,q)*ivb(1,q)...
        /l(q), idotvb(2,q)-2*ivb(3,q)*ivb(2,q)/l(q),
        -(ivb(1,q)^2+ivb(2,q)^2)/l(q)]';
    q = q+1;
end

q = 1;
idotv2 = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    idotv2(:,q) = [(l(q)-e2)*idotvb(1,q)+2*e2*ivb(3,q)*ivb(1,q)...
        /l(q), (l(q)-e2)*idotvb(2,q)+2*e2*ivb(3,q)*...
        ivb(2,q)/l(q), l(q)*idotvb(3,q)+e2*(ivb(1,q)^2...
        +ivb(2,q)^2)/l(q)]'/l(q);
    q = q+1;
end

%Lavaan kohdistuvat voimat
q = 1;
ifb = zeros(3,6);
while (q <= 6)
    ifb(1,q) = (m1*e1*g*cPSI(q)*sTHETA(q)+m2*(l(q)-e2)*g*...
        cPSI(q)*sTHETA(q)-m1*e1*idotv1(1,q)-m2*...
        (l(q)-e2)*idotv2(1,q)-I1y*idotOMEGA(2,q)...
        -I2y*idotOMEGA(2,q))/l(q);
    ifb(2,q) = (-m1*e1*g*sPSI(q)-m2*g*(l(q)-e2)*sPSI(q)-m1*...
        *e1*idotv1(2,q)-m2*(l(q)-e2)*idotv2(2,q)...
        +I1x*idotOMEGA(1,q)+I2x*idotOMEGA(1,q))/l(q);
    q = q+1;
end

%Lavan kulmanopeus lavan koordinaatistossa
Bomegap = ARB*omegap;

%Lavan kulmakiihtyvyys lavan koordinaatistossa
Bdotomegap = ARB*dotomegap;

%Transformaatio sylinterinkoordinaatistosta lavan koordinaatistoon
BR1 = ARB'*AR1;
BR2 = ARB'*AR2;
BR3 = ARB'*AR3;
BR4 = ARB'*AR4;
BR5 = ARB'*AR5;
BR6 = ARB'*AR6;

%Sylinterien voima ifbz
q = 1;
sum_part1 = zeros;
sum_part2 = zeros;
sum_part3 = zeros;
while (q <= 6)
    sum_part1(q) = ifb(1,q)*cTHETA(q);
    sum_part2(q) = ifb(1,q)*sPSI(q)*sTHETA(q)+ifb(2,q)*cPSI(q);
    sum_part3(q) = -ifb(1,q)*cPSI(q)*sTHETA(q)+ifb(2,q)*sPSI(q);
    q = q+1;
end

```



```

sum(1) = mp*iniA(1)-(sum_part1(1)+sum_part1(2)+sum_part1(3)+...
          sum_part1(4)+sum_part1(5)+sum_part1(6));
sum(2) = mp*iniA(2)-(sum_part2(1)+sum_part2(2)+sum_part2(3)+...
          sum_part2(4)+sum_part2(5)+sum_part2(6));
sum(3) = mp*iniA(3)+mp*g-(sum_part3(1)+sum_part3(2)+...
          sum_part3(3)+sum_part3(4)+sum_part3(5)+sum_part3(6));

sum4_1 = (Bb(2,1)*BR1(3,1)-Bb(3,1)*BR1(2,1))*ifb(1,1)+(Bb(2,1)*...
          BR1(3,2)-Bb(3,1)*BR1(2,2))*ifb(2,1);
sum4_2 = (Bb(2,2)*BR2(3,1)-Bb(3,2)*BR2(2,1))*ifb(1,2)+(Bb(2,2)*...
          BR2(3,2)-Bb(3,2)*BR2(2,2))*ifb(2,2);
sum4_3 = (Bb(2,3)*BR3(3,1)-Bb(3,3)*BR3(2,1))*ifb(1,3)+(Bb(2,3)*...
          BR3(3,2)-Bb(3,3)*BR3(2,2))*ifb(2,3);
sum4_4 = (Bb(2,4)*BR4(3,1)-Bb(3,4)*BR4(2,1))*ifb(1,4)+(Bb(2,4)*...
          BR4(3,2)-Bb(3,4)*BR4(2,2))*ifb(2,4);
sum4_5 = (Bb(2,5)*BR5(3,1)-Bb(3,5)*BR5(2,1))*ifb(1,5)+(Bb(2,5)*...
          BR5(3,2)-Bb(3,5)*BR5(2,2))*ifb(2,5);
sum4_6 = (Bb(2,6)*BR6(3,1)-Bb(3,6)*BR6(2,1))*ifb(1,6)+(Bb(2,6)*...
          BR6(3,2)-Bb(3,6)*BR6(2,2))*ifb(2,6);
sum(4) = Ipv*Bdotomegap(1)-Bomegap(2)*Bomegap(3)*(Ipv-Ipw)-tu-...
          (sum4_1+sum4_2+sum4_3+sum4_4+sum4_5+sum4_6);

sum5_1 = (Bb(3,1)*BR1(1,1)-Bb(1,1)*BR1(3,1))*ifb(1,1)+(Bb(3,1)*...
          BR1(1,2)-Bb(1,1)*BR1(3,2))*ifb(2,1);
sum5_2 = (Bb(3,2)*BR2(1,1)-Bb(1,2)*BR2(3,1))*ifb(1,2)+(Bb(3,2)*...
          BR2(1,2)-Bb(1,2)*BR2(3,2))*ifb(2,2);
sum5_3 = (Bb(3,3)*BR3(1,1)-Bb(1,3)*BR3(3,1))*ifb(1,3)+(Bb(3,3)*...
          BR3(1,2)-Bb(1,3)*BR3(3,2))*ifb(2,3);
sum5_4 = (Bb(3,4)*BR4(1,1)-Bb(1,4)*BR4(3,1))*ifb(1,4)+(Bb(3,4)*...
          BR4(1,2)-Bb(1,4)*BR4(3,2))*ifb(2,4);
sum5_5 = (Bb(3,5)*BR5(1,1)-Bb(1,5)*BR5(3,1))*ifb(1,5)+(Bb(3,5)*...
          BR5(1,2)-Bb(1,5)*BR5(3,2))*ifb(2,5);
sum5_6 = (Bb(3,6)*BR6(1,1)-Bb(1,6)*BR6(3,1))*ifb(1,6)+(Bb(3,6)*...
          BR6(1,2)-Bb(1,6)*BR6(3,2))*ifb(2,6);
sum(5) = Ipv*Bdotomegap(2)-Bomegap(3)*Bomegap(1)*(Ipw-Ipu)-tv-...
          (sum5_1+sum5_2+sum5_3+sum5_4+sum5_5+sum5_6);

sum6_1 = (Bb(1,1)*BR1(2,1)-Bb(2,1)*BR1(1,1))*ifb(1,1)+(Bb(1,1)*...
          BR1(2,2)-Bb(2,1)*BR1(1,2))*ifb(2,1);
sum6_2 = (Bb(1,2)*BR2(2,1)-Bb(2,2)*BR2(1,1))*ifb(1,2)+(Bb(1,2)*...
          BR2(2,2)-Bb(2,2)*BR2(1,2))*ifb(2,2);
sum6_3 = (Bb(1,3)*BR3(2,1)-Bb(2,3)*BR3(1,1))*ifb(1,3)+(Bb(1,3)*...
          BR3(2,2)-Bb(2,3)*BR3(1,2))*ifb(2,3);
sum6_4 = (Bb(1,4)*BR4(2,1)-Bb(2,4)*BR4(1,1))*ifb(1,4)+(Bb(1,4)*...
          BR4(2,2)-Bb(2,4)*BR4(1,2))*ifb(2,4);
sum6_5 = (Bb(1,5)*BR5(2,1)-Bb(2,5)*BR5(1,1))*ifb(1,5)+(Bb(1,5)*...
          BR5(2,2)-Bb(2,5)*BR5(1,2))*ifb(2,5);
sum6_6 = (Bb(1,6)*BR6(2,1)-Bb(2,6)*BR6(1,1))*ifb(1,6)+(Bb(1,6)*...
          BR6(2,2)-Bb(2,6)*BR6(1,2))*ifb(2,6);
sum(6) = Ipw*Bdotomegap(3)-tw-...
          (sum6_1+sum6_2+sum6_3+sum6_4+sum6_5+sum6_6);

B = [sTHETA(1), sTHETA(2), sTHETA(3), sTHETA(4), sTHETA(5),...
      sTHETA(6);
      -sPSI(1)*cTHETA(1), -sPSI(2)*cTHETA(2),...
      -sPSI(3)*cTHETA(3), -sPSI(4)*cTHETA(4),...
      -sPSI(5)*cTHETA(5), -sPSI(6)*cTHETA(6);
      cPSI(1)*cTHETA(1), cPSI(2)*cTHETA(2), cPSI(3)*cTHETA(3),...
      cPSI(4)*cTHETA(4), cPSI(5)*cTHETA(5), cPSI(6)*cTHETA(6);
      Bb(2,1)*BR1(3,3)-Bb(3,1)*BR1(2,3), Bb(2,2)*BR2(3,3)-...
      Bb(3,2)*BR2(2,3), Bb(2,3)*BR3(3,3)-Bb(3,3)*BR3(2,3),...

```

```

        Bb(2,4)*BR4(3,3)-Bb(3,4)*BR4(2,3), Bb(2,5)*BR5(3,3)-...
        Bb(3,5)*BR5(2,3), Bb(2,6)*BR6(3,3)-Bb(3,6)*BR6(2,3);
        Bb(3,1)*BR1(1,3)-Bb(1,1)*BR1(3,3), Bb(3,2)*BR2(1,3)-...
        Bb(1,2)*BR2(3,3), Bb(3,3)*BR3(1,3)-Bb(1,3)*BR3(3,3),...
        Bb(3,4)*BR4(1,3)-Bb(1,4)*BR4(3,3), Bb(3,5)*BR5(1,3)-...
        Bb(1,5)*BR5(3,3), Bb(3,6)*BR6(1,3)-Bb(1,6)*BR6(3,3);
        Bb(1,1)*BR1(2,3)-Bb(2,1)*BR1(1,3), Bb(1,2)*BR2(2,3)-...
        Bb(2,2)*BR2(1,3), Bb(1,3)*BR3(2,3)-Bb(2,3)*BR3(1,3),...
        Bb(1,4)*BR4(2,3)-Bb(2,4)*BR4(1,3), Bb(1,5)*BR5(2,3)-...
        Bb(2,5)*BR5(1,3), Bb(1,6)*BR6(2,3)-Bb(2,6)*BR6(1,3)];

ifb(3,:) = inv(B)*sum';

%Syntinterivoimat
q = 1;
F_act = zeros;
while (q <= 6)
    F_act(q) = ifb(3,q)+m2*g*cPSI(q)*cTHETA(q)+m2*idotv2(3,q);
    q = q+1;
end

%Aikadata
xdata(w) = t;

%Syntinterien voimadata
ydata_f1(w) = F_act(1);
ydata_f2(w) = F_act(2);
ydata_f3(w) = F_act(3);
ydata_f4(w) = F_act(4);
ydata_f5(w) = F_act(5);
ydata_f6(w) = F_act(6);

%Syntinterien pituusdata
ydata_l1(w) = l(1);
ydata_l2(w) = l(2);
ydata_l3(w) = l(3);
ydata_l4(w) = l(4);
ydata_l5(w) = l(5);
ydata_l6(w) = l(6);

%Syntinterien nopeusdata
ydata_v1(w) = ivb(3,1);
ydata_v2(w) = ivb(3,2);
ydata_v3(w) = ivb(3,3);
ydata_v4(w) = ivb(3,4);
ydata_v5(w) = ivb(3,5);
ydata_v6(w) = ivb(3,6);

%Datan tallennus seuraavaa iteraatiokierrosta varten
lastVel = Vel;
lastPO = pos;
t = t+dt;
w = w+1;
end

```

## LIITE L: UUDEN SYLINTERIN TYÖPIIRUSTUS

